1

連立不等式

$$\begin{cases} 2x - y \geqq 0 \\ x + y - 3 \leqq 0 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

の表す領域を A とする。また，a を正の定数とし，不等式

$$x - y - a + 1 \leqq 0$$

の表す領域を B とする。

(1) 領域 A を図示せよ。

(2) 2つの領域 A と B の共通部分 $A \cap B$ の面積 S を a を用いて表せ。

(3) (2)における S が領域 A の面積の $\dfrac{1}{2}$ となるときの a の値を求めよ。

$\boxed{2}$

2つの放物線

$y = 3x^2 + 1$ ………①

$y = -x^2 + 1 - c^2$ ………②

の両方に接する2直線を l，m とする。ただし，c は正の定数である。

(1)　2直線 l，m の方程式を求めよ。

(2)　2直線 l，m と放物線①で囲まれた部分の面積を S_1 とし，2直線 l，m と放物線②で囲まれた部分の面積を S_2 とする。比 $S_1 : S_2$ を求めよ。

3

次の問いに答えよ。

(1)　$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$ であることを示せ。ただし，必要があれば，加法定理を用いてもよい。

(2)　a は定数で，$0 \leqq a < 2\pi$ とする。$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，関数

$$y = \sin x + \sin(x-a)$$

の最大値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

4

log は自然対数とし，自然対数の底を e で表す。関数

$$f(x) = 2x - x\log x \qquad (x > 0)$$

について，次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の増減，そのグラフの凹凸を調べ，グラフの概形をかけ。ただし，$\lim_{x \to +0} x\log x = 0$ であることは証明なしに用いてよい。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(e^2,\ f(e^2))$ における接線 l の方程式を求めよ。また，$y = f(x)$ の接線のうち，直線 l に直交する直線 m の方程式を求めよ。

(3) (2)における 2 直線 l，m と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{5}$ （選択問題）

$\boxed{5}-\boxed{a}$，$\boxed{5}-\boxed{b}$ のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号（aまたはb）を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

$\boxed{5}-\boxed{a}$

次の問いに答えよ。

(1) $a^5+b^5-a^3b^2-a^2b^3$ を因数分解せよ。

(2) $a>0,\ b>0$ のとき，不等式

$$\left|\frac{a}{b}\sqrt{a}-\frac{b}{a}\sqrt{b}\right| \geqq \left|\sqrt{a}-\sqrt{b}\right|$$

が成り立つことを示せ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

5 — b

自然数の列を次のように第 n 番目の群が $2n-1$ 個の数を含むように分ける。

(1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), ………

第 n 番目の群の最初の数を p_n で表す。

(1) 数列 $\{p_n\}$ の漸化式を作れ。

(2) p_n を求めよ。

(3) 第 n 番目の群の第 k 番目の数を n, k を用いて表せ。

(4) 871 は第何番目の群の第何番目の数か。

$\boxed{6}$ （選択問題）

$\boxed{6}-\boxed{\text{a}}$，$\boxed{6}-\boxed{\text{b}}$ のいずれか一方を選択して解答すること。選択した問題の記号（aまたはb）を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

$\boxed{6}-\boxed{\text{a}}$

a を実数，z を複素数，i を虚数単位とし，複素数平面上で a，z，i を表す点をそれぞれ A，B，C とする。△ABC が AB を斜辺とする直角二等辺三角形となるとき，次の問いに答えよ。

(1) z を a を用いて表せ。

(2) $\arg z = 120^\circ$ となる z を求めよ。

(3) (2) のように z を定めたとき，△ABC の面積を求めよ。

$\boxed{6}$ − $\boxed{\text{b}}$

xyz 座標空間において，△ABC の重心は原点に一致し，頂点 A，B の座標はそれぞれ（1，1，1），（2，−2，−2）であるとする。

(1) 頂点 C の座標を求めよ。

(2) △ABC の面積を求めよ。

(3) 頂点 C を通り△ABC を含む平面に垂直な直線と xy 平面との交点の座標を求めよ。