

令和7年度入学試験問題

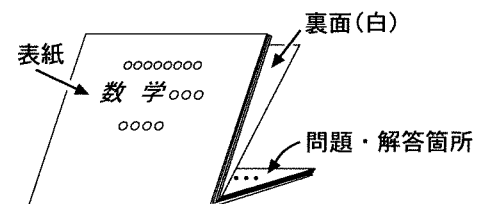
数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙は、解答開始の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚(その1～その4)である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
裏面に解答したものも採点しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙を含め、配付した用紙はすべて回収する。

表紙も問題・解答用紙もすべて
表面のみに印刷している。



受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 1

第 1 問 座標空間内の点 $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(1,1,0)$, $D(1,1,2)$, $E(0,1,2)$ を考える。線分 OA を $3:1$ に内分する点を P , 線分 BE 上で $\overrightarrow{BQ} = s(0,0,1)$ ($0 \leq s \leq 2$) となる点を Q , 線分 PQ 上で $\overrightarrow{PR} = t\overrightarrow{PQ}$ ($0 < t \leq 1$) となる点を R , 直線 OR と平面 BCE との交点を S とおく。

- (1) $\overrightarrow{OR}$ および $\overrightarrow{OS}$ を s, t を用いて表せ。
- (2) 点 S が平面 BCE 上の四角形 $BCDE$ の周または内部にあるための s, t の条件を求めよ。
- (3) s, t が (2) の条件を満たすとき, 平面 BEP 上で点 R が描く図形の面積を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 2

第2問 t を実数とする。 x の2次方程式 $x^2 - (2t^2 - 3)x + t^4 - 7t^2 + 6t = 0 \cdots (*)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $x = 0$ が $(*)$ の解となる t の値をすべて求めよ。
- (2) a, b, c, d を実数とする。すべての実数 t について $x = t^2 + at + b$ および $x = t^2 + ct + d$ が $(*)$ の解となる a, b, c, d の値を求めよ。ただし、 $b > d$ とする。
- (3) (2) の a, b, c, d に対し、 $\alpha(t) = t^2 + at + b$, $\beta(t) = t^2 + ct + d$ として、関数 $f(t)$ を以下の式で定める。

$$f(t) = \begin{cases} |\alpha(t)| & (|\alpha(t)| \geq |\beta(t)| \text{ のとき}) \\ |\beta(t)| & (|\alpha(t)| < |\beta(t)| \text{ のとき}) \end{cases}$$

t が実数全体を動くとき、 $f(t)$ の最小値を求めよ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 3

- 第 3 問 $f(x) = x + \sqrt{2x - x^2}$ ($0 \leq x \leq 2$) とする。原点を O とする座標平面上の曲線 $C: y = f(x)$ と直線 $\ell: y = x$ を考える。
- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、 $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。
 - (2) 曲線 C 上の点 $P(x, f(x))$ ($0 < x < 2$) から直線 ℓ に下ろした垂線を PH とする。線分 PH の長さを r 、線分 OH の長さを t とするとき、 r および t をそれぞれ x を用いて表せ。
 - (3) 直線 ℓ と直線 $y = -x + 3$ との交点を A 、曲線 C と直線 $y = -x + 3$ との交点を B とする。曲線 C と 2 つの線分 OA と AB で囲まれた部分を、直線 ℓ の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

[第 3 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 4

- 第 4 問 n を 3 以上の整数とする。3 つの整数 a, b, c ($1 \leq a < b < c \leq 2n$) に対して、 $p = b - a$ と $q = c - b$ とする。 $\langle a, b, c \rangle$ の値を $p \geq q$ ならば $\langle a, b, c \rangle = p$ とし、 $p < q$ ならば $\langle a, b, c \rangle = q$ とする。 $(2n - 2)$ 以下の自然数 k に対して、 $\langle a, b, c \rangle = k$ となる 3 つの整数 a, b, c ($1 \leq a < b < c \leq 2n$) の選び方の総数を $S(k)$ とする。
- (1) $n = 3$ のとき、 $S(2), S(3)$ を求めよ。
 - (2) $n \leq k \leq 2n - 2$ のとき、 $S(k)$ を k, n を用いて表せ。
 - (3) $1 \leq k \leq n - 1$ のとき、 $S(k)$ を k, n を用いて表せ。
 - (4) $k = 1, 2, 3, \dots, 2n - 2$ に対する $S(k)$ の最大値を M とする。 n が 3 の倍数のとき、 M を n を用いて表せ。

[第 4 問の解答箇所]

小 計	点
-----	---