

令和6年度入学試験問題

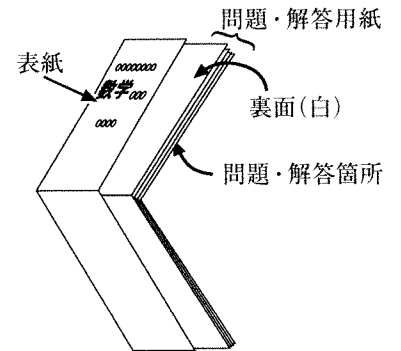
数 学 202

(前 期 日 程)

(注意事項)

- 1 問題・解答用紙は、解答開始の指示があるまで開かないこと。
- 2 この表紙を除いて、問題・解答用紙は4枚である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。
- 3 解答は、問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
裏面に解答したものも採点しない。
- 4 解答開始後、各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。
- 5 表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。
- 6 表紙を含め、配付した用紙はすべて回収する。

表紙も問題・解答用紙もすべて
表面のみに印刷している。



数 学 202 その 1

- 第 1 問** 座標平面上の原点 O を中心とする単位円の円周上に 3 点 A, B, C がこの順番で反時計回りに位置している。
 $\angle AOB = \alpha, \angle BOC = \beta$ ($\alpha > 0, \beta > 0$) とする。
- (1) $\alpha = \frac{\pi}{4}, \beta = \frac{\pi}{6}$ のとき, $|\overrightarrow{AC}|^2$ の値を求めよ。
- (2) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}, \sqrt{2} \sin \alpha = \cos \alpha$ のとき, 内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値を求めよ。
- (3) $\alpha + \beta = \pi$ のとき, $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ を満たす座標平面上の点 P が 1 点のみとなる条件を α を用いて表せ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 202 その 2

第 2 問 曲線 $y = \frac{x^2}{2} - 1$ を C とする。

- (1) 曲線 C 上の点 $\left(t, \frac{t^2}{2} - 1\right)$ ($t \neq 0$) における法線の方程式を求めよ。
- (2) 点 $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ を通る曲線 C の異なる 2 つの法線を求めよ。
- (3) (1) で求めた法線のうちで、点 (X, Y) ($X \neq 0$) を通るものがちょうど 2 つ存在するための条件を X と Y の関係式で表せ。

[第 2 問の解答箇所]

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 3

第3問 関数 $f(x)$ は $x \geq 0$ のとき $f(x) \geq 0$ を満たす。自然数 n に対して、連立不等式 $0 \leq x \leq n, 0 \leq y \leq f(x)$ の表す xy 平面上の領域の面積を S_n 、その領域に含まれる x 座標と y 座標がともに整数である点の個数を L_n とおく。

- (1) $f(x) = x^3$ のとき、 L_n を n を用いて表せ。
- (2) $f(x) = x^3$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。
- (3) $f(x) = xe^x$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{S_n} \sum_{k=0}^n ke^k$ および $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 202 その 4

第4問 1個のさいころを3の倍数でない目が出るまで繰り返し投げるが、3の倍数の目が4回続けて出たら投げるのを止める。これを1回の試行とする。1回目の試行において出た目の和を S_1 、2回目の試行において出た目の和を S_2 とおき、 $S = S_1 + S_2$ とおく。

- (1) $S_1 \geq 6$ となる確率、および $S_1 \geq 7$ となる確率を求めよ。
- (2) $S = 9$ となる確率を求めよ。
- (3) $S \geq 11$ となる確率を求めよ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---

