平成20年度入学試験問題

数　学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には，$\boxed{4}$ から $\boxed{10}$ までの7問題が印刷されていて，合計4ページである。落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所等がある場合には，申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は，問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお，解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は，採点されないので注意すること。
4. 問題は，学部・学科・専攻等によって異なる点があるから，下に表示する。

   医学部医学科 $\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{9}$

   医学部保健学科放射線技術科学専攻 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{8}$

   理工学部数理科学科 $\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{8}$，$\boxed{9}$，$\boxed{10}$

   理工学部物理科学科 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{8}$

   理工学部物質創成化学科 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{8}$

   理工学部地球環境学科 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{8}$

   理工学部電子情報工学科 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{8}$

   理工学部知能機械工学科 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{8}$
5. 解答用紙の指定された欄に，学部名及び受験番号を記入すること。
6. 配付された解答用紙は，持ち帰らないこと。
7. 配付された問題冊子と計算用紙は，持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)=\log(2x+1)-x^2+1 \quad \left(x>-\dfrac{1}{2}\right)$ の最大値を求めよ。ただし，対数は自然対数である。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 x^2(x-1)^2e^{2x}dx$ を求めよ。ただし，e は自然対数の底である。

5 座標平面上に3点O(0, 0)，A(1, 0)，B(2, 0)がある。点Cは，Aを中心とする半径1の円の上にあり，その y 座標は正であるとする。Cから線分OBに下ろした垂線とOBとの交点をDとし，Dから線分OCに下ろした垂線とOCとの交点をPとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\angle\mathrm{CAB}=\theta \ (0<\theta<\pi)$ とする。点Pの座標を θ を用いて表せ。

(2) 線分OPの長さを r とする。r を θ を用いて表し，

定積分 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} r\,d\theta$ を求めよ。

6 n を正の整数とする。3次方程式

$$x^3+3nx^2-(3n+2)=0$$

について次の問いに答えよ。

(1) すべての正の整数 n について，上の3次方程式は正の解をただ1つしかもたないことを証明せよ。

(2) 各正の整数 n に対して，上の3次方程式の正の解を a_n とする。
極限値 $\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

7 $f(x)=|x^2-3x|-1$ とする。曲線 $y=f(x)$ を C とし，C 上の点 $(a,\ f(a))$ における接線を l とする。ただし，$0<a<3$ とする。

C と l で囲まれた図形の面積を S とするとき，S のとり得る値の範囲を求めよ。

8 $A = \begin{pmatrix} 24 & -66 \\ 9 & -25 \end{pmatrix}$ に対して，次の問いに答えよ。

(1) $P = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ のとき，$PA = BP$ を満たす行列 B を求めよ。

(2) B は(1)で求めた行列とする。正の整数 n に対して，B^n を求めよ。

(3) 正の整数 n に対して，A^n を求めよ。

9 円 $x^2 + y^2 = 1$ の $y > 0$ の部分を C とする。C 上の点 P と点 R$(-1,\ 0)$ を結ぶ直線 PR と y 軸の交点を Q とし，その座標を $(0,\ t)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 P の座標を $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ とする。$\cos\theta$ と $\sin\theta$ を t を用いて表せ。

(2) 3 点 A，B，S の座標を A$(-3,\ 0)$，B$(3,\ 0)$，S$\left(0,\ \dfrac{1}{t}\right)$ とし，2 直線 AQ と BS の交点を T とする。

点 P が C 上を動くとき，点 T の描く図形を求めよ。

10 放物線$y=x^2$をCとする。C上に3点O(0, 0), A$(a,\ a^2)$, B$(b,\ b^2)$があり，∠AOBは直角であるとする。

点AにおけるCの接線と点BにおけるCの接線の交点をPとする。三角形OABの面積をS，三角形PABの面積をTとしたとき，$\dfrac{S}{T}$のとり得る値の範囲を求めよ。