

6

(1) r を正の定数とする。次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n-1} - 3^{n+1}}{r^n + 3^{n-1}}$$

(2) 関数 $y = \frac{1}{x + \sqrt{2-x}}$ を定義にしたがって微分せよ。

7 $f(x) = (\log x - 1)\log x$ とする。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の極値，凹凸などを調べて，そのグラフをかけ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

8 $f(x) = x^2 \sqrt{4 - x^2}$ とする。

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) 曲線 $C : y = f(x)$ 上の点 $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ における接線を l とする。曲線 C と直線 l で囲まれた部分の面積を求めよ。

- 9 点Pが曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)上を点 $(0, 0)$ から点 $(\pi, 0)$ まで動くとき、点Pを中点とし x 軸に平行な、長さ $\frac{\pi}{3}$ の線分が通過する範囲の面積を求めよ。

- 10 円 $C : x^2 + y^2 = 1$ と曲線 $B : y^2 = x - a$ ($-1 < a < 1$) との2つの交点を通る直線を l とする。曲線 B と直線 l で囲まれた部分を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を V とし、円 C の $x > a$ の部分と直線 l で囲まれた部分を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を W とする。 $V = W$ となるような a の値を求めよ。

11 成分がすべて整数である 2 次の正方行列 A で,

$$A^2 = \begin{pmatrix} 19 & 9 \\ -30 & -14 \end{pmatrix}$$

を満たすものを求めよ。

- 12 (1) 長さ $a > 0$ の線分 PQ の端 P は x 軸上を、端 Q は y 軸上を動くとき、線分 PQ を $1 : 2$ の比に内分する点の軌跡を求めよ。
- (2) (1) で求めた軌跡と直線 $x + y = 1$ との共有点の個数が 1 個のとき、 a の値を求めよ。