

物 理 (3 問)

〔 I 〕 図1のように、半径 r の球の頂点に質量 m の小さな物体 A をのせ、球の中心を通る軸を固定して、ゆっくり球を回転させる。球の中心と物体 A を結ぶ直線が鉛直方向となす角度を θ とする。 $\theta = \theta_1$ となったとき、物体 A は球面上をすべり始めた。さらに、 $\theta = \theta_2$ となったとき、球面を離れ、その後、球の中心と同じ高さの水平な床に衝突した。初めに物体 A をのせた十分小さな領域では摩擦があり、静止摩擦係数を μ とする。ただし、物体 A が球面をすべりだした後の球面はなめらかであり、摩擦は無視できる。また、空気抵抗は無視できるものとし、鉛直下向きに働く重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えよ。

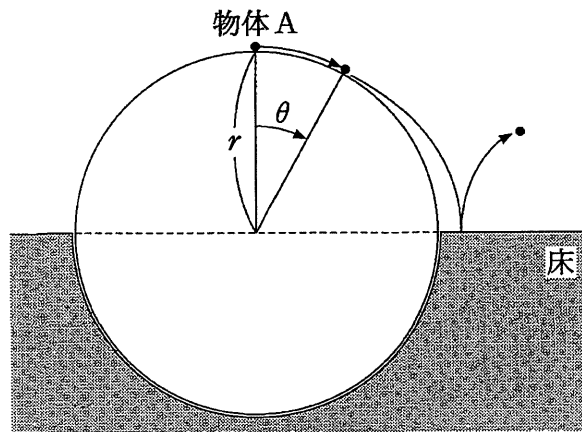


図1

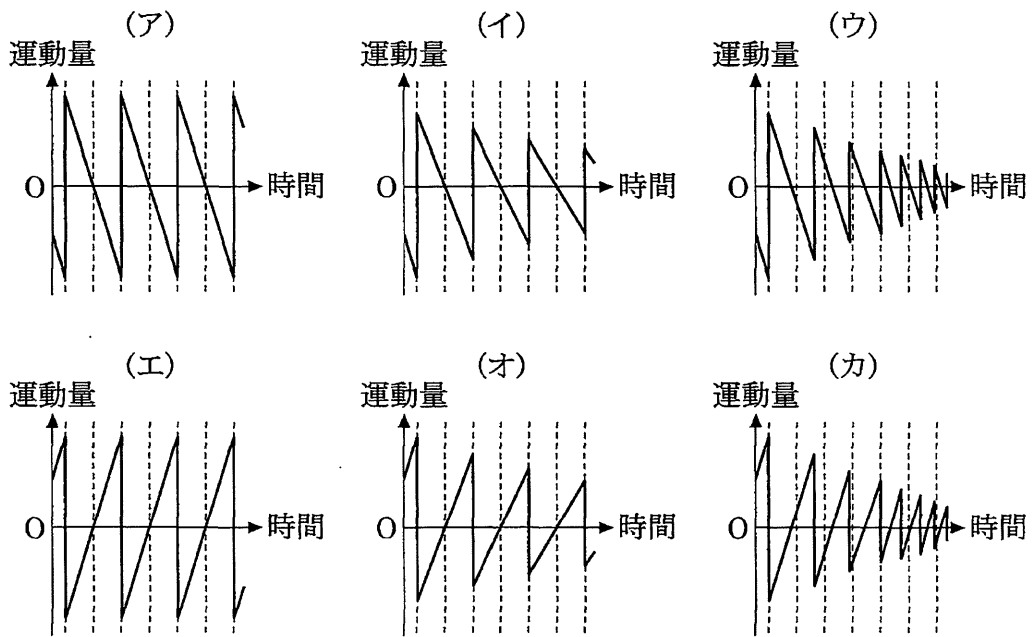
問 1 物体 A がすべり始めるときの角度 θ_1 と静止摩擦係数 μ の間の関係式を求めよ。

問 2 物体 A が球面から離れるときの物体 A の速さを V とすると、 $V = \sqrt{gr \cos \theta_2}$ である。この関係式の導き方を記せ。

問 3 $\cos \theta_2$ は $\cos \theta_1$ の何倍かを答えよ。その導き方も記せ。

問 4 物体 A が球面を離れてから、床に衝突するまでの時間 t を r 、 g 、 θ_2 を用いて表せ。その導き方も記せ。

問 5 物体 A は球面を離れた後、床と衝突を繰り返しながら右方向に移動する。物体 A と床との間のはねかえり係数が 0.8 のとき、物体 A の鉛直方向の運動量と時間の関係を表すグラフとして、もっともふさわしいものを次の解答群の中から選び記号で答えよ。また、それを選んだ理由を 3 つ述べよ。ただし、運動量は鉛直上向きを正とし、物体 A が球面を離れる瞬間を時間の原点とする。



問 5 の解答群

〔Ⅱ〕 次の問いに答えよ。

問 1 次の文章中の空欄 ～ に入る適切な数式や語句を解答欄に記入せよ。

図 1 に示すようなシリンダーがあり、なめらかに移動するピストン(断面積 S)で領域 I と領域 II に仕切られている。領域 I には、気体が封じ込められており、ヒーターにより気体を加熱することができる。一方、領域 II は真空中に保たれており、ピストンにつながったバネ(バネ定数 k)が設置されている。ピストンがシリンダーの中心($x = d$)にあるときに、バネは自然長であるとする。ピストンが動く方向に x 軸をとり、ピストンの厚みはシリンダーの大きさに比べて十分薄く、無視できるものとする。また、シリンダーの壁やピストンを通じた熱の出入りは無視できるものとする。ピストン、ヒーター、バネの熱容量も無視する。

図 1 に示すように、はじめにピストンの位置は $x = d + \Delta x$ であり、気体の温度は T_0 であった。領域 I の気体の圧力 p_0 を S 、 k 、 Δx を用いて表すと $p_0 =$ である。また、バネに蓄えられた弾性エネルギー E_0 を S 、 k 、 p_0 を用いて表すと $E_0 =$ である。

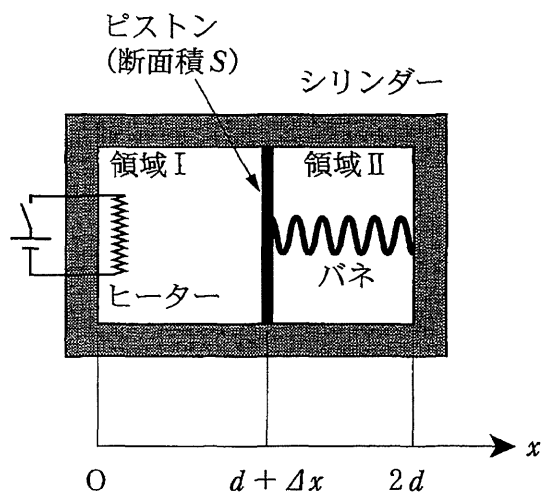


図 1

次に、図2に示すように、ヒーターの電源を入れて領域Iの気体に熱量 Q を与えたとき、バネはさらに縮んで $x = d + 2\Delta x$ となり、温度は T_1 となった。この過程で気体がバネにした仕事 W を S , k , p_0 を用いて表すと $W = \boxed{\text{ウ}}$ である。気体の内部エネルギーの増加分 ΔU を Q および W を用いて表すと $\Delta U = \boxed{\text{エ}}$ である。

温度 T_0 のはじめの状態から、ピストンの位置を $x = d + \Delta x$ に固定したまま熱量 Q を与えたとき、気体の温度は T_2 となった。 T_2 と T_1 を比べると、 T_2 の方が $\boxed{\text{オ}}$ 。

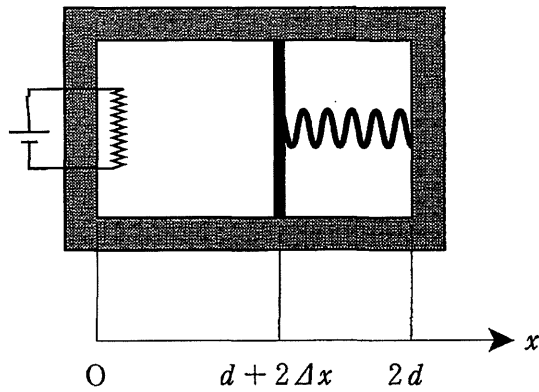


図2

問 2 次の文章中の空欄 ～ に入る適切な数式や語句を解答欄に記入せよ。

図 3 に示すように、空気中にスピーカーとシリンダーが水平に置かれている。また、ピストンが動く方向に x 軸をとり、シリンダーの左端を原点にとる。いま、スピーカーから振動数 f_0 の音を出す。ピストンをシリンダーの左端 ($x = 0$) から右へゆっくりと移動させると、右端に移動するまでの間に、音が大きくなったのは $x = l_1$ と $x = l_2$ の 2 点のみであった。ここで、音速を V とすれば、1 回目と 2 回目に音が大きくなった場所の間の距離 ($l_2 - l_1$) は V と f_0 を用いて と表せる。このように音が大きくなる物理現象のことを と呼ぶ。このとき、シリンダーの内部に が形成される。原点付近にできる の腹の位置はシリンダーの左端から少し外側にずれることが知られている。このずれを開口端補正とよび、その大きさは l_1 , V , f_0 を用いて と求められる。

次に、振動数 f_0 の音を出しながらスピーカーを左から右方向に速さ u で等速直線運動をさせる。その間に、ピストンを左端から右へゆっくりと移動させたとき、1 回目に大きな音が聞こえる場所は l_1 , f_0 , u を用いて $x = l_1 -$ と表せる。このとき、開口端補正は振動数によらないものとする。

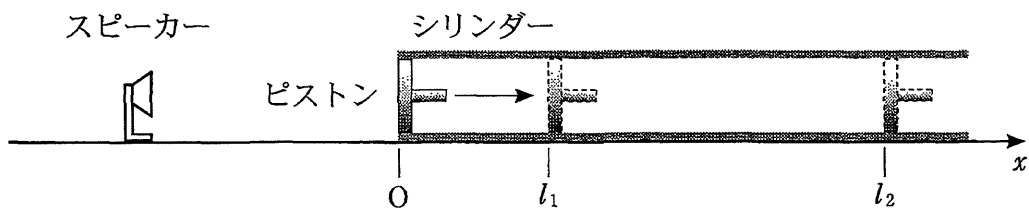


図 3

〔Ⅲ〕 図1に示すように、真空中に平行板コンデンサーが水平に置かれている。このコンデンサーは一辺の長さが a の正方形の薄い2枚の金属極板でできており、その間隔は d である。極板間にはスイッチを通して電圧 V_0 をかけられるようになっている。また、底辺の長さが a の正方形で厚さが d の直方体の誘電体(誘電率 ϵ_1)が、コンデンサーの極板間にちょうど収まり x 軸方向になめらかに移動できる。真空の誘電率を ϵ_0 とし、 $\epsilon_0 < \epsilon_1$ とする。極板の間隔 d は辺の長さ a に比べて十分に小さいとする。

以下の問いに答えよ。

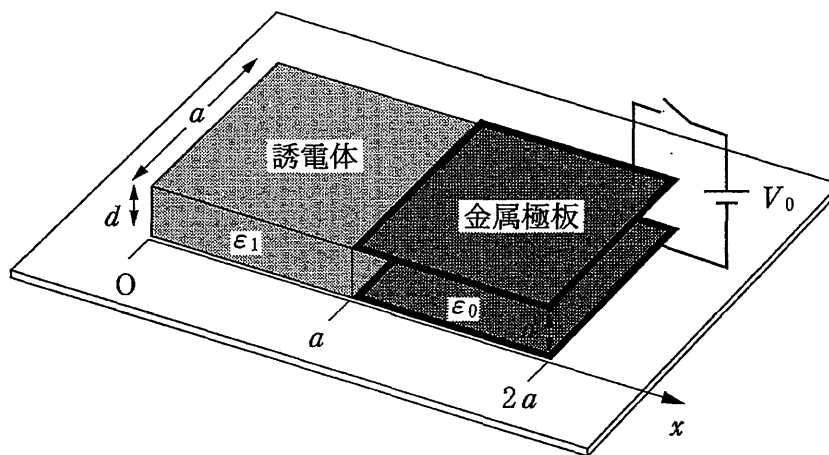


図1

問1 図2のように、スイッチを閉じて極板間に電圧 V_0 をかけた。この状態において、コンデンサーの静電容量 C 、蓄えられた電気量 Q 、静電エネルギー U_0 を ϵ_0 、 a 、 d 、 V_0 を用いて表せ。

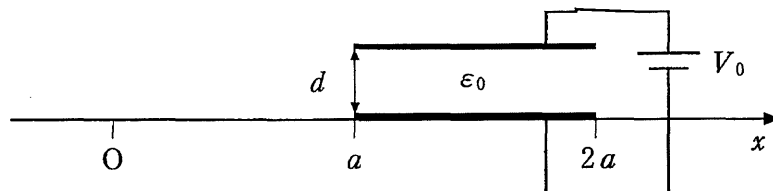


図2

問 2 問 1 の操作の後、スイッチを切り、図 3 に示すように、誘電体を移動させて x の位置に固定した ($0 \leq x \leq a$)。以下の問いに答えよ。

- (1) コンデンサーの静電容量 $C(x)$ を $x, \epsilon_0, \epsilon_1, a, d$ を用いて表せ。その導き方も記せ。
- (2) 極板間の電圧 $V(x)$ を $x, \epsilon_0, \epsilon_1, a, V_0$ を用いて表せ。その導き方も記せ。
- (3) コンデンサーの静電エネルギー $U(x)$ を $x, \epsilon_0, \epsilon_1, a, d, V_0$ を用いて表せ。その導き方も記せ。また、 $\epsilon_1 = 2\epsilon_0$ のときの $\frac{U(x)}{U_0}$ のグラフを x の関数として $0 \leq x \leq a$ の範囲で解答欄に示せ。

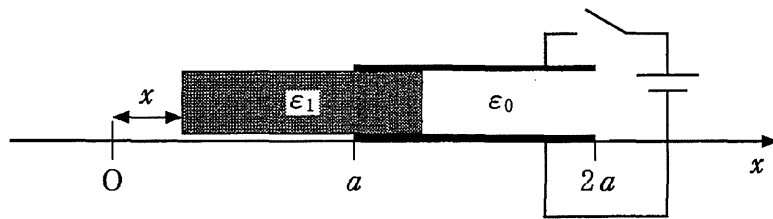


図 3