

〔I〕 図1のような断面をもつスノーボード場がある。ABおよびCDは半径 $r$ の $90^\circ$ 円弧、BCは長さ $d$ の水平な直線である。いま、競技者がAの地点から鉛直方向下向きに、ある初速度で滑り出した。とくにことわらない限り、スノーボードと人間は常に密着しており、その質量は合わせて $m$ であるとする。また、重力加速度を $g$ とする。人間およびスノーボードの大きさ、雪面の時間変化、空気抵抗を無視して、以下の問いに答えよ。

まず、雪面との摩擦が無視できる場合を考える。

問1 D地点に達した競技者がそのまま鉛直方向真上に(D地点から測って)高さ $\frac{r}{2}$ の所まで飛び上がった。このとき、A地点で滑走を開始したときもっていた初速度が $\sqrt{gr}$ で与えられることを示せ。

問2 滑走中に競技者が得ることのできる最大の速さを求めよ。

問3 競技者がA地点とB地点の間を滑っているときに雪面から受ける垂直抗力 $N$ を、A地点から測った滑走距離 $x$ の関数として表し、図示せよ。

問4 BCを滑走している最中、図2のP地点で競技者がジャンプした。競技者の質量を $m_1$ 、スノーボードの質量を $m_2$ (したがって $m = m_1 + m_2$ )として以下の問いに答えよ。

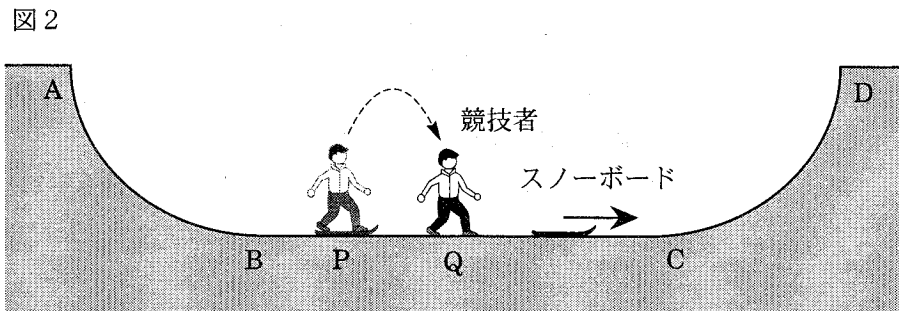
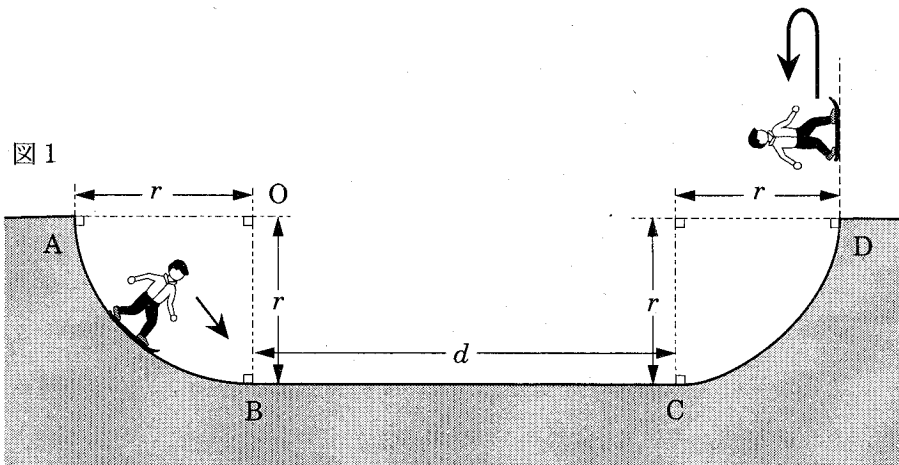
(1) 再びスノーボード上に着地するためには、競技者はスノーボードから見てどの方向にジャンプしなければならないか。

(2) 実際は、(1)のようにジャンプしなかったため、競技者がQ地点に着地したとき、スノーボードはP地点からPQ間の距離の2倍先の地点に達していた。スノーボードは競技者を残してそのまま滑り続け、D地点で鉛直方向に射出されたとする。このとき、BCを含む水平面から測ったスノーボードの最高到達点の高さ $h$ はいかほどか。

次に、雪面が動摩擦係数をもつ場合について考察しよう。ただし、摩擦による抵抗を受けるのは平面 BC 上を滑走している間だけで、円弧部分 AB および CD での摩擦力は無視できるものとする。また、競技者の初速度は上の問題と同様  $\sqrt{gr}$  とする。

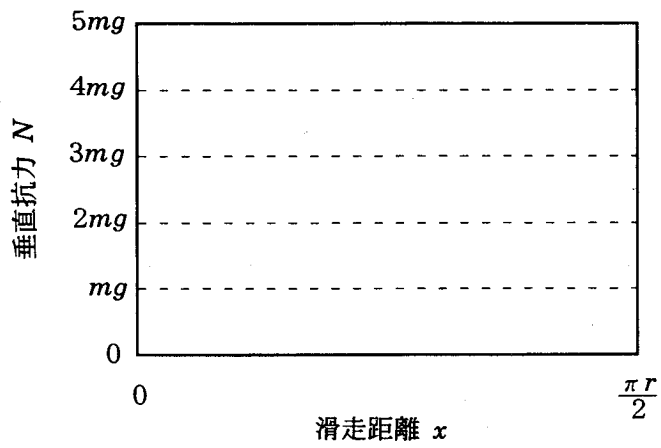
問 5 滑り始めてから最初に D 地点に到達した後、そのまま鉛直方向へ (D 点から測って) 高さ  $\frac{r}{4}$  の所まで飛び上がった。このとき、平面 BC がもつ動摩擦係数  $\mu$  を求めよ。

問 6 陽射しで雪がゆるんだため平面 BC の動摩擦係数が 2 倍になった。問 5 の場合と同じ初速度で滑り出した。円弧部分での摩擦が依然として無視できる場合、競技者は最終的にどの地点で静止するか。



問 3 導き方

$N =$



〔Ⅱ〕 異なる屈折率をもつ媒質 1 と媒質 2 からなる系における単色光の屈折と反射について考える。媒質 1 の屈折率は  $n_1$ 、媒質 2 の屈折率は  $n_2$  で、これらは  $n_1 < n_2$  なる条件を満たすとする。

図 1 のように、媒質 1 と媒質 2 の平面境界に媒質 1 側から入射角  $\alpha$  で単色光を投射したとき、屈折角は  $r$  であった。時刻  $t = 0$  に点 A に到達した入射波面について考えよう。入射波面と境界との交点は時間の経過とともに点 A から点 B へと移って行き、時刻  $t = t_0$  に点 B に達した。

問 1 点 B を端点とする屈折波の波面を、解答欄の図中に書き入れよ。

問 2 問 1 で図示された屈折波の波面と AD との交点を E とおく。媒質 1、媒質 2 における光の速さがそれぞれ  $v_1$ 、 $v_2$  であるとき、CB と AE の長さを  $v_1$ 、 $v_2$  および  $t_0$  を用いて表せ。

問 3 問 2 の結果を用いて、次の関係式

$$\frac{\sin \alpha}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

を導け。

図 2 のように、媒質 2 からなる厚さ  $d$  の薄膜の上下を媒質 1 で満たし、薄膜に対して入射角  $\alpha$  で単色光を投射した。入射角  $\alpha$  を  $0^\circ$  から大きくしていったところ、反射光の強度は変動した。この反射光強度の変動は、図に示す光線 a と光線 b の干渉効果にもとづいて説明することができる。

問 4 光線 a の J における位相と光線 b の L における位相は等しい。光線 b が L から K まで進む間に、光線 a は J から JMK 上のある点 N まで進んだ。点 N から点 K までの道のりを屈折角  $r$  と  $d$  を用いて表せ。導き方を説明するために必要なら、解答欄の図を用いよ。

問 5 媒質 1 における入射光の波長を  $\lambda$  とおく。媒質 2 における光の波長を、 $\lambda$  と  $n_1$ 、 $n_2$  を用いて表せ。

問 6  $n_1 < n_2$ なので、光線 a が M で反射するとき位相のずれは生じないのに対し、光線 b が K で反射するときには半波長分だけ位相がずれる。問 4 と問 5 の結果を用いて、干渉による強め合いによって反射光強度が極大となる条件

$$2nd \cos r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

を導け。ここで、 $n$  は媒質 1 に対する媒質 2 の相対屈折率であり、 $n = \frac{n_2}{n_1}$  と表される。

問 7 入射角を  $0^\circ$  から  $60^\circ$  まで変化させて反射光強度が極大をとる回数を調べた。相対屈折率は  $n = 1.4$  であった。

- (1) 入射角  $\alpha$  が  $60^\circ$  のときの屈折角を  $r_c$  とおく。  $\cos^2 r_c$  の値を求めよ。
- (2)  $\frac{d}{\lambda} = 5$  となるように入射光の波長を調整した。極大をとる回数を求めよ。

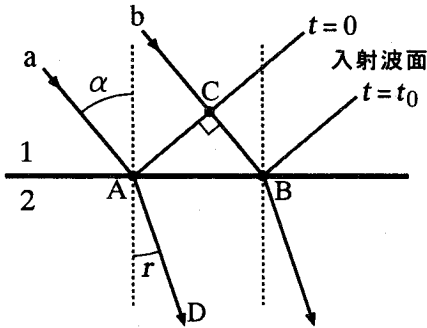


図 1

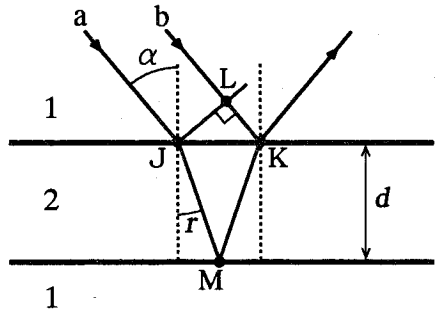
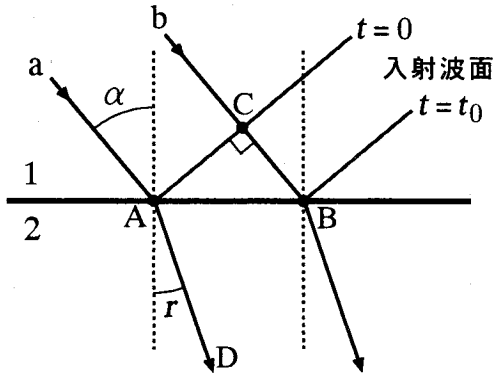


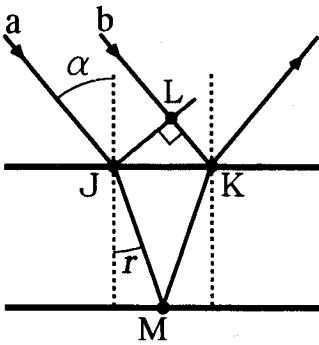
図 2

〔Ⅱ〕 解答用紙

問 1



問 4 導き方



道のり =