

〔 I 〕 図に示すように水平な床 I と床 II があり，床 I の右端には，摩擦と質量を無視できる滑車を取り付けてある。いま，床 I 上に置かれている台に箱をのせた後，台とおもりを糸で結び，糸を滑車にかけておもりをつるした。台と箱の間の摩擦，糸の質量と伸び，おもりの大きさはいずれも無視できる。重力加速度は g ，おもりの質量は m ，台の質量も箱の質量も M であり，おもりと床 II の距離は h_0 である。台に結ばれた糸は床 I と平行であり，台と滑車の間の距離は十分に長く，両者が衝突することはない。また，箱は台から垂直抗力を受けるが，摩擦がないため箱に水平方向の力は働かないことに注意せよ。台と床 I の間の静止摩擦係数を μ ，動摩擦係数を μ' として，以下の問いに答えよ。 μ' は台の速さによって変わらないものとする。

問 1 台に働く最大静止摩擦力 F_0 の大きさを求めよ。

問 2 台に働く静止摩擦力 F の大きさが F_0 より小さい場合について，台に働く力のつりあいとおもりに働く力のつりあいを式で表せ。ただし，糸の張力を T とする。

おもりの質量 m を大きくしていったところ， m が M より大きくなったとき，おもりは加速度 a で落下しはじめた。このとき，摩擦が静止摩擦から動摩擦に変わったため，糸の張力 T に急激な変化が起こった。

問 3 $m > M$ の場合について，台に対する運動方程式とおもりに対する運動方程式を求めよ。

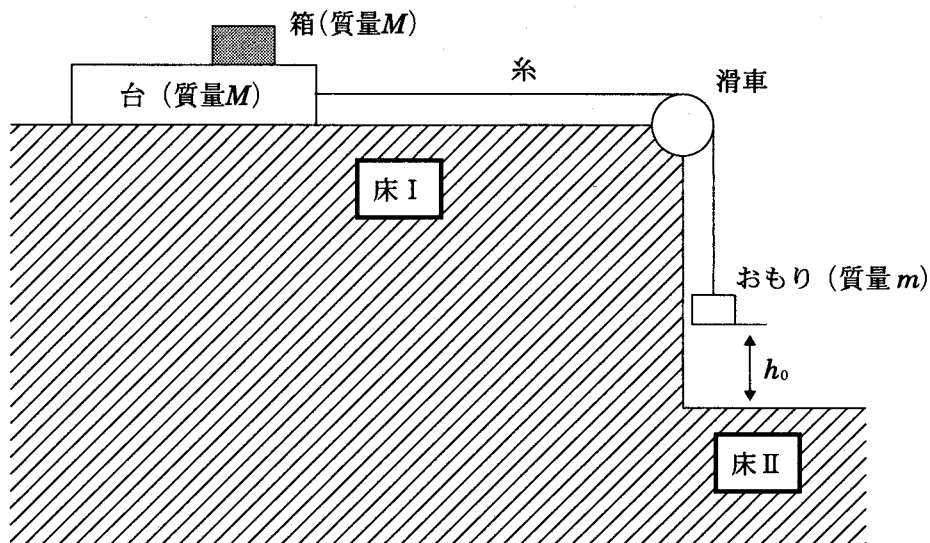
問 4 運動方程式を解いて糸の張力 T を求めよ。

問 5 $\mu' = 0.1$ の場合について， $\frac{T}{mg}$ と $\frac{m}{M}$ の関係を $0 < \frac{m}{M} \leq 5$ の範囲でグラフに描け。

おもりの質量を $2M$ にし、図の状態から、おもりを初速度 0 で落下させたところ、おもりは床Ⅱに衝突後、はねかえることなく静止した。おもりが落下するにつれて、おもりの位置エネルギーは減少していき、逆におもりと台の運動エネルギーは増加していく。このとき、動摩擦力が仕事をするため、位置エネルギーの減少量と運動エネルギーの増加量は等しくならない。なお、以下では動摩擦係数を μ' とせよ。

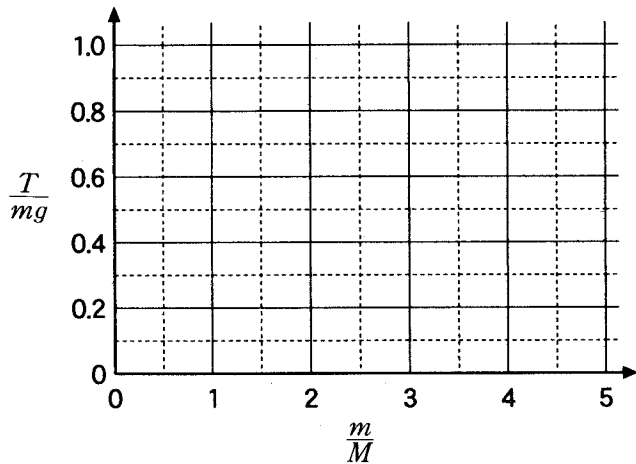
問 6 おもりが床Ⅱと衝突するまでに動摩擦によって失われた力学的エネルギー E を求めよ。また、おもりが床Ⅱと衝突したときのおもりと台の速度 v を求めよ。導き方も示せ。

問 7 おもりが床Ⅱと衝突した後も台は運動エネルギーをもっているため運動を続ける。おもりが床Ⅱと衝突後、台が静止するまでに移動した距離 L を求めよ。導き方も示せ。台は十分長く、箱が台から落下することはないものとする。



図

問 5 解答欄

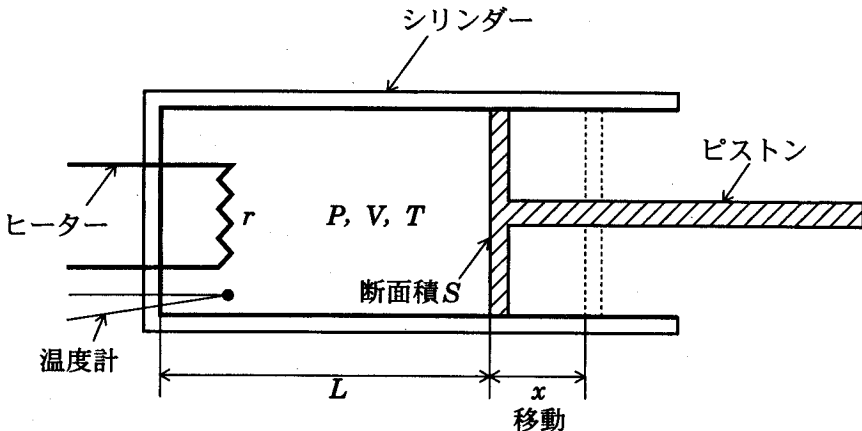


〔Ⅱ〕(1) 物質は原子や分子から構成されている。一般の物質では温度が下がるとともに **ア** , **イ** , **ウ** の3つの状態がみられる。原子や分子の間には力が働いているので、原子や分子は **エ** エネルギーをもっている。また、物質全体の重心は静止していても、原子や分子は熱運動をしているので **オ** エネルギーももっている。これらの2種類のエネルギーを物質内部のすべての原子や分子について加え合わせたものを物質の **カ** エネルギーとよぶ。

(2) 原子や分子の大きさと **エ** エネルギーが無視できる気体を理想気体とよぶ。したがって理想気体の **カ** エネルギーは、原子や分子の **オ** エネルギーだけである。実際の気体が理想気体と見なすことができるのは、温度が **キ** いたり密度の **ク** いたりのように原子や分子間の力が無視できる場合である。

問 1 上の文章の **ア** から **ク** に適切な語句を入れよ。

n モルの理想気体が、図のような断面積が $S[\text{m}^2]$ のシリンダーの中にピストンで閉じ込められている場合を考える。気体が閉じ込められている部分のシリンダーの長さは $L[\text{m}]$, したがって気体の体積は $V = LS[\text{m}^3]$ である。シリンダーには、温度計とヒーターも入っているが、それらの体積は無視できる。ヒーターの抵抗値は $r[\Omega]$ とする。シリンダーとピストンを通じた熱の出入りも無視できる。気体の絶対温度を $T[\text{K}]$, 圧力を $P[\text{Pa}]$ としよう。 P , V , T の関係はボイル・シャルルの法則に従い、内部エネルギー $U[\text{J}]$ は気体の体積にはよらず、温度だけの関数として次のように表される。



図

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

ただし、 R [J/mol・K] は気体定数である。以下の問いに答えよ。

問 2 ボイル・シャルルの法則を書き下せ。

気体は、最初 $P = P_0$, $V = V_0$, $T = T_0$ という初期状態にあったとしよう。ピストンを固定して、ヒーターに電流 I [A] を t 秒間流したところ、圧力と温度は $P = P_1$, $T = T_1$ になった。

問 3 ヒーターから気体に与えられた熱量 Q [J] はどれだけか。

問 4 この熱はすべて気体の内部エネルギーとして蓄えられると考えて、 Q と T_1 の関係を導き出せ。

問 5 また、このときの気体の圧力 P_1 を求めよ。

次に、初期状態は同じで、ヒーターから熱を与えながら温度が一定値 T_0 に保たれるように、ピストンを動かした。

問 6 ヒーターから与えた熱量 Q は何に使われたかを簡単に説明せよ。

再び、初期状態にもどって、こんどは圧力が一定値 P_0 に保たれるようにピストンを動かしながら、ヒーターから熱を Q だけ加えたところ、温度が T_2 になり、気体は膨張してピストンの移動距離は x [m] であった。

問 7 気体がピストンに対して行った仕事 W [J] を x を使って表せ。

問 8 温度 T_2 と x の関係を求めよ。

問 9 エネルギー保存の法則から、内部エネルギーの変化分 ΔU とピストンの移動によってなされた仕事 W の和は Q に等しいはずである。この関係から Q を温度の変化分 $T_2 - T_0$ を使って表せ。導き方も記入せよ。

〔Ⅲ〕 点電荷の間に働く力のつり合いに関する以下の問いに答えよ。ただし、問1、問3以外は結果だけでなく途中の計算の過程も記入せよ。

問1 2つの点電荷 q_1 、 q_2 が距離 r だけ隔てて存在するとき、2つの電荷の間にクーロン力 F が働く。クーロンの法則を比例定数を k として書き下せ。

問2 図1に示すように、 x 軸に沿った直線上に3つの点電荷 q 、 Q 、 q が順にそれぞれ距離 a を隔てた位置A、O、Bにある。ただし、 $q < 0$ とする。位置A、O、Bにある点電荷に働く力をそれぞれ F_A 、 F_O 、 F_B とする。 F_A 、 F_O 、 F_B の大きさを求めよ。

問3 位置A、O、Bにある点電荷 q 、 Q 、 q それぞれが y 軸上の点C(0, y)につくる電位を V_A 、 V_O 、 V_B とする。 V_A 、 V_O 、 V_B を書き下せ。

問4 Q をある値にしたとき、すべての点電荷に働く力がゼロになった。

- (1) Q の値を q を用いて表せ。
- (2) 点Cの電位を q を用いて表せ。

問5 (1) 以下の2つの場合について、前問4で求めた点Cの電位 V_C が、 y を変数としたどのような関数に近似できるかを示せ。

- (ア) $|y|$ が a より十分小さい場合。
- (イ) $|y|$ が a より十分大きい場合。

ここで一般の変数 X 、 Y に対して $|X|$ が $|Y|$ より十分大きいとき、

$$\frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \approx \frac{1}{|X|} \text{ と近似できるとする。}$$

- (2) (ア)の結果から位置Oの近くでみると、 V_C に最も大きな影響を与えているのは点電荷 Q であることがわかる。これにならって、(イ)の結果からどういふことが言えるかを簡単に説明せよ。

問 6 次に両端の点電荷を位置 A, B に固定し, 図 2 のように点電荷 Q を右方向に距離 x だけ動かした。この点電荷 Q を動かないように固定するのに必要な力の大きさと向きを記せ。

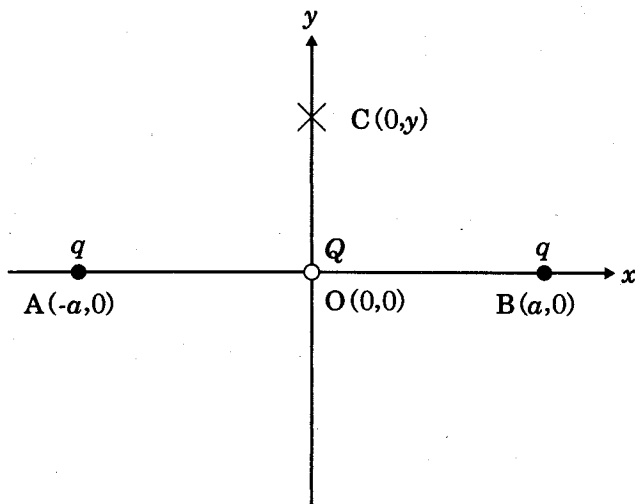


図 1

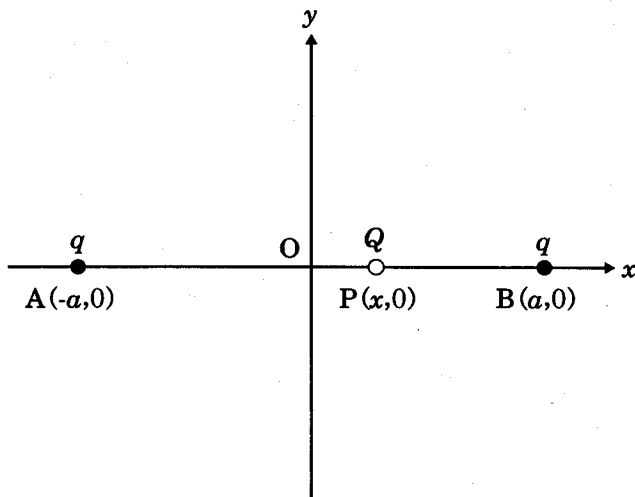


図 2

〔IV〕 以下の問いに答えよ。

問 1 つぎの文章の から の中には適切な式を、 から の中には適切な語句または記号を記入せよ。

静止している水素原子の全エネルギーは、陽子の質量と電子の質量の和を M とすると、静止エネルギー Mc^2 と水素原子内の電子のエネルギー E の和で与えられる。 c は光の速さである。エネルギー E の一番低い状態は基底状態とよばれ、基底状態よりエネルギーが高い状態は励起状態とよばれる。したがって、水素原子が静止している場合、励起状態のエネルギーと基底状態のエネルギーの違いは E の違いだけである。いま、 $E = E_1$ の励起状態にある静止している水素原子がエネルギー $h\nu$ の光子を放出して、 $E = E_0$ の基底状態へ移る遷移を考える。このとき、 E_1 、 E_0 、 $h\nu$ の間には関係式 が成り立つ。 h はプランク定数であり、 ν は振動数である。

つぎに、エネルギー $E = E_1$ の励起状態にある水素原子が速さ v_1 で運動し始め、その運動の向きと同じ向きにエネルギーが $h\nu_1$ の光子を放出して、 $E = E_0$ の基底状態へ移るものとする。光子を放出した後の水素原子の速さを v_2 とし、 v_1 および v_2 は光の速さ c にくらべて十分小さいとする。光子の運動量は $\frac{h\nu_1}{c}$ で与えられる。そうすると、 保存則により、 v_1 、 v_2 、 $h\nu_1$ の間には関係式 が成り立つ。また、励起状態にある水素原子が運動しているときには、原子の運動エネルギー が新たに加わるので、水素原子の全エネルギーは に等しくなる。同様に、基底状態にあり運動している原子の全エネルギーは に等しい。したがって、 保存則により という関係式が得られる。これらの関係式から、

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} \quad (1)$$

が求められる。ここで、 $\Delta\nu = \nu_1 - \nu$ および $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ である。

振動数 ν と ν_1 の違いを、光の 性にもとづいて、ドップラー効果で説明することもできる。光源が静止している観測者に速さ v で近づきながら、その運動の向きと同じ向きに光を発している場合を考えよう。このとき、光源が発する光の振動数は であり、観測者が受ける光の振動数は である。そうすると、これらの振動数の間の関係は、 v と c を用いて と表すことができる。この結果から、関係式(1)を導くこともできる。

問 2 関係式 , および を用い、最後に

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_1} \approx \frac{\Delta\nu}{\nu}$$

と近似することによって、関係式(1)を導出せよ。