〔1〕　2次の正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} c & d \\ d & c \end{pmatrix}$ は次の3つの条件 (i)，(ii)，(iii) を満たすとする。ただし，$a \neq 0$，$c \neq 0$，$b > d$ で，O は2次の零行列である。

(i)　$A^2 = A$，　(ii)　$B^2 = B$，　(iii)　$AB = O$

(1)　a，b，c，d の値を求めよ。

(2)　実数 p，q がどちらも0でないとき，$(pA + qB)(xA + yB) = 2E$ となる実数 x，y を p，q を用いて表せ。ただし，E は2次の単位行列である。

〔2〕 条件 $a_1 = -30$, $9a_{n+1} = a_n + \frac{4}{3^n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) $b_n = 3^n a_n$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ の漸化式を求めよ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

(3) a_n を最大にする n の値を求めよ。

〔3〕 C_1を曲線$y=e^x$，C_2を曲線$y=x\log x\,(x>0)$とする。ただし，logは自然対数を表す。また，$x=e$で定義される直線をl_1，l_1とC_2との交点Pを通りx軸に平行な直線をl_2，l_2とC_1との交点Qを通りy軸に平行な直線をl_3とする。

(1) 2点P，Qの座標を求めよ。

(2) $x\geqq 1$のとき，$e^x>x\log x$であることを示せ。

(3) 2直線l_1，l_3と2曲線C_1，C_2によって囲まれた図形の面積を求めよ。

〔4〕 xy 平面上を移動する点Pを考える。はじめに，点Pは原点にあるとする。4枚のカードに上，下，左，右の4つの文字を1つずつ書いて，それらを袋に入れておく。

1枚のカードを取り出し，

カードに書かれた文字の方向に1だけ点Pを移動させて，

取り出したカードを袋に戻す，

という試行をくり返す。上，下，左，右と書かれたカードは，それぞれ同じ確からしさで取り出されるものとする。

(1) 上，上，下，左，右，右，右の7文字すべてを1列に並べてできる文字列は何通りあるか。

(2) この試行を7回くり返したときに，点Pが座標 $(2, 1)$ にある確率を求めよ。

(3) この試行を5回くり返したときに，点Pが x 軸上にある確率を求めよ。

(4) この試行を2回くり返したときの点Pの座標を (X, Y) とする。$|X - Y|$ の期待値を求めよ。

〔5〕 C を曲線 $a^2x^2+y^2=1$，l を直線 $y=ax+2a$ とする。ただし，a は正の定数である。

(1) C と l とが異なる2点で交わるための a の範囲を求めよ。

(2) C 上の点 $(x_0,\ y_0)$ における接線の方程式を求めよ。

(3) (1)における交点をP, Qとし，点Pにおける C の接線と点Qにおける C の接線との交点をR(X, Y)とする。a が(1)の範囲を動くとき，X, Y の関係式と Y の範囲を求めよ。

〔6〕 l を複素数平面上の直線 $z = t(1+i)$（t は実数），α，β を複素数とする。ただし，点 α は l 上にないとする。

(1) $\alpha = i\beta$ または $\alpha = \overline{\beta}$ ならば，l 上のすべての点 z に対して $\left|\dfrac{\overline{z}-\beta}{z-\alpha}\right| = 1$ であることを示せ。

(2) l 上のすべての点 z に対して $\left|\dfrac{\overline{z}-\beta}{z-\alpha}\right| = 1$ ならば，$\alpha = i\beta$ または $\alpha = \overline{\beta}$ であることを示せ。

(3) l 上の異なる 2 定点 z_1，z_2 があって $\dfrac{\overline{z_1}-\beta}{z_1-\alpha}$ と $\dfrac{\overline{z_2}-\beta}{z_2-\alpha}$ は同じ複素数になるとする。この複素数を γ とおくとき，l 上のすべての点 z に対し $\dfrac{\overline{z}-\beta}{z-\alpha} = \gamma$ となることを示せ。また γ の値を求めよ。