平成19年度入学者選抜試験
個別学力試験問題（前期日程）

数　　　学
（医学部医学科）

注　意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
2. 問題紙は２ページ，解答用紙は４枚である。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
4. 解答用紙の裏面は使わないこと。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときは，小問の結論を明示すること。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 集合 A を

$$A = \{a^2 + b^2 \mid a,\ b\ \text{は整数である}\}$$

と定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) A に属する整数 x, y の積 xy は A に属することを示せ。

(2) 整数 p を 5 で割ったときの余りが 1 であり，整数 q を 5 で割ったときの余りが 2 であるとき，$\dfrac{p^2+q^2}{5}$ は A に属することを示せ。

(3) A に属する自然数 n が 5 の倍数であるとき，$\dfrac{n}{5}$ も A に属することを示せ。

$\boxed{2}$ 1 辺の長さが a の正 n 角形 $\mathrm{A_1A_2 \cdots A}_n$ がある。ただし，$n \geqq 7$ とする。2 点 $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{B_2}$ を $\overrightarrow{\mathrm{A_1B_1}} = \overrightarrow{\mathrm{A_2A_3}}$, $\overrightarrow{\mathrm{A_2B_2}} = \overrightarrow{\mathrm{A_3A_4}}$ で定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 正 n 角形の外角の大きさ θ を n を用いて表せ。また，$\cos\theta > \dfrac{1}{2}$ であることを示せ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{B_1B_2}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}}$, $\overrightarrow{\mathrm{A_2A_3}}$, $\overrightarrow{\mathrm{A_3A_4}}$ を用いて表せ。

(3) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{B_1B_2}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{A_2A_3}}$ を a と n を用いて表せ。

(4) ベクトルの大きさ $\left|\overrightarrow{\mathrm{B_1B_2}}\right|$ を a と n を用いて表せ。

3 座標平面上の 2 定点を $A(-1,0)$, $B(1,0)$ とする。$r>2$ とし, B を中心とする半径 r の円を C とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 $P(x_0, y_0)$ を円 C 上の点とするとき, AP の垂直二等分線の方程式を求めよ。

(2) 2 点 B, P を通る直線と AP の垂直二等分線との交点を $Q(X,Y)$ とするとき, x_0, y_0 を X, Y, r を用いて表せ。

(3) 点 P が円 C 上を動くとき, 点 Q の軌跡を求め, その概形をかけ。

4 曲線 C: $y=2\log x-1$ 上の点 $P(p, 2\log p-1)$ における接線と x 軸との交点を A とし, 原点を O とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) A が x 軸の正の部分にあるような p の値の範囲を求めよ。

(2) (1) のもとで P が第 1 象限にあるとする。$\triangle$OAP の面積 $S(p)$ を最大にする p を求めよ。

(3) (2) で求めた p に対し, 直線 $x=p$ と曲線 C および x 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに一回転させてできる回転体の体積 V を求めよ。