

令和 6 年度 入学者選抜学力検査問題

理 科

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び解答用紙の枚数は、下表のとおりです。

出題科目	ページ	解答用紙枚数
物 理	1 ～ 10	4
化 学	11 ～ 20	5
生 物	21 ～ 30	5
地 学	31 ～ 41	4

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。
受験番号の記入欄はそれぞれ 2 箇所あります。
- 5 解答はすべて解答用紙の指定された解答欄に記入してください。
- 6 問題冊子の余白は適宜使用してください。
- 7 各問題の配点は 100 点満点としたときのものです。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

物 理

1 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。(配点 25)

図 1 のように、内側になめらかな面を持つ中空の直円すいが頂点 O を下にしてその中心軸 AO が鉛直になるように水平でなめらかな地面に固定されている。図 2 は上端の円の直径 BC および頂点 O を含む断面図であり、三角形 OBC は頂角 2θ [rad] の二等辺三角形である。小球の大きさおよび空気抵抗は無視できるものとし、重力加速度の大きさを g [m/s²]、位置エネルギーの基準面を地面とする。

問 1 質量 m [kg] の小球が地面から高さ h [m] の位置で、直円すい内側の面に沿って角速度 ω [rad/s] で等速円運動をしている。小球が斜面から受ける垂直抗力を N [N] とする。

- (1) 円運動の半径を h , θ を用いて表しなさい。
- (2) 小球とともに回転する立場で考えたとき、小球にはたらく力のうち、重力、垂直抗力、遠心力の向きを図 2 の①～⑧から選びそれぞれ答えなさい。このとき、小球にはたらく水平方向、鉛直方向の力のつりあいの式を書きなさい。
- (3) 小球の角速度 ω を θ , g , h を用いて表しなさい。
- (4) 小球の速さを g , h を用いて表しなさい。
- (5) 小球の力学的エネルギーを g , m , h を用いて表しなさい。

問 2 高さ h の位置で等速円運動している小球の速さを変化させたところ、高さ ℓ [m] の位置で等速円運動を始めた。この過程で小球がされた仕事を g , m , h , ℓ を用いて表しなさい。

問 3 小球は高さ ℓ で等速円運動をしたのち、そのままの速さで図 3 のように直円すいの外に水平に飛び出してから、時刻 t_1 [s] 後に水平でなめらかな地面に衝突してはねかえった。地面と小球との間の反発係数 (はねかえり係数) を e 、小球が飛び出した方向を正の向きに x 軸、鉛直上向きを y 軸とし、符号に注意して以下の問いに答えなさい。

- (1) 時刻 t_1 を g , ℓ を用いて表しなさい。

- (2) 地面に衝突する瞬間の水平方向の速度と鉛直方向の速度を g , ℓ を用いて表しなさい。
- (3) 小球が飛び出してから地面に衝突するまでに移動した水平方向の距離 x_1 [m] を ℓ を用いて表しなさい。
- (4) 地面ではねかえった小球の最大高さ $y_{\max}$ [m] を e , ℓ を用いて表しなさい。

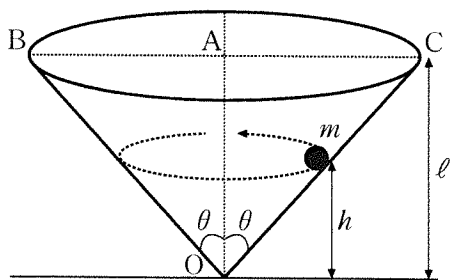


図 1

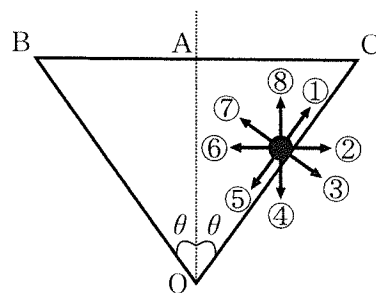


図 2

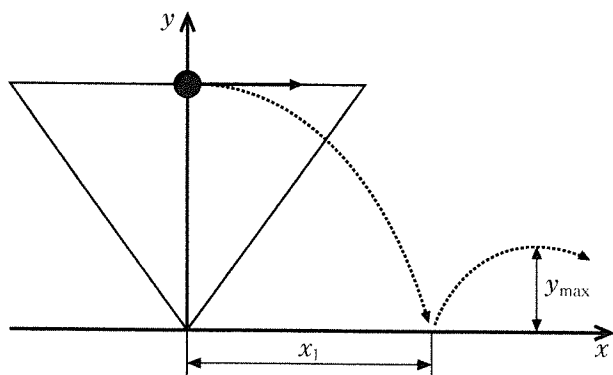


図 3

2 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。(配点 25)

図 1 のように一辺の長さが a [m] の薄い正方形の極板 2 枚 A, B からなる平行板コンデンサーが、起電力 V [V] の電池に接続されている。極板の間隔を d [m] とし、 a に比べて十分小さいとする。

はじめに、極板間は真空とし、真空の誘電率を ε_0 [F/m] とする。

問 1 コンデンサーの電気容量 C_0 [F] を、 a , d , V , ε_0 の中から必要なものを用いて表しなさい。

問 2 コンデンサーに蓄えられた電気量 Q_0 [C] を、 a , d , V , ε_0 の中から必要なものを用いて表しなさい。

問 3 コンデンサーに蓄えられた静電エネルギー W_0 [J] を、 a , d , V , ε_0 の中から必要なものを用いて表しなさい。

次に、起電力 V の電池が接続されている状態で、図 2 に示すように一辺の長さが a の正方形で、厚さが d 、誘電率 ε [F/m] の誘電体を極板の端から x [m] ($0 < x < a$) だけ挿入する。

問 4 コンデンサーにおける、誘電体が挿入されている部分の電気容量 C_1 [F]、真空部分の電気容量 C_2 [F] ならびに全体の電気容量 C_3 [F] を、 a , d , V , ε_0 , ε , x の中から必要なものを用いてそれぞれ表しなさい。

問 5 誘電体 (誘電率 ε) の挿入距離を x から $x + \Delta x$ [m] へ移動したとき、コンデンサーに蓄えられる電気量の変化量 ΔQ_1 [C] ならびにコンデンサーの静電エネルギーの変化量 ΔW_1 [J] を、 a , d , V , ε_0 , ε , x , Δx の中から必要なものを用いてそれぞれ表しなさい。

さらに、極板 2 枚 A, B を取り出し、極板間が真空の平行板コンデンサーを作る。図 3 に示すように他端が壁に固定された自然長のばねに平行板コンデンサーの極板 B の面を連結させる。極板間に静電気力、および、ばねによる弾性力が働かないときの極板間隔は d で、極板 A, B にそれぞれ $+Q$ [C], $-Q$ [C] ($Q > 0$) の電荷を帯電させた。ばねのばね定数を k [N/m] とし、極板の電荷は変化しないものとする。

問 6 極板 A を固定したままの状態に極板 B を平行に保ったまま移動させ、極板間の距離を d から $d + \Delta d$ [m] に広げた。コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーの変化 ΔW_2 [J] を a , ε_0 , Q , d , Δd , k の中から必要なものを用いて表しなさい。

問 7 静電エネルギーの変化 ΔW_2 をもとに、極板間の距離が d のときに、極板間に働く静電気力の大きさ F [N] を a , ε_0 , Q , d , Δd , k の中から必要なものを用いて表しなさい。

問 8 極板 A を固定した状態で極板 B を平行に保ちながらつり合いの位置までゆっくり移動させた。このときのコンデンサーの電気容量 C_1 [F] を a , ε_0 , Q , d , Δd , k の中から必要なものを用いて表しなさい。

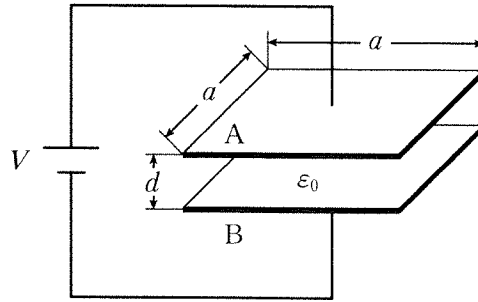


図 1

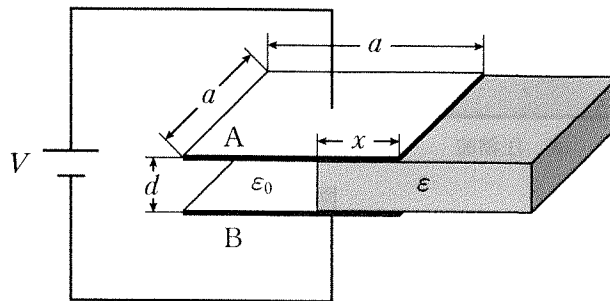


図 2

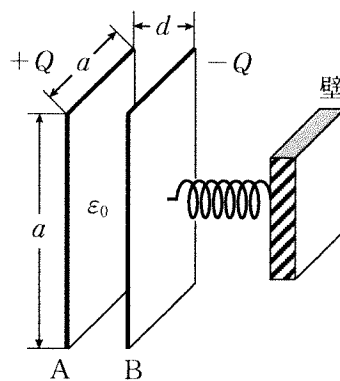


図 3

- 3 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。必要であれば、気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ 、重力加速度の大きさを $g[\text{m}/\text{s}^2]$ とする。(配点 25)

図1の(a)のように、ピストンの付いたシリンダーを鉛直方向に固定し、水に浸した実験装置を考える。シリンダー内には $n[\text{mol}]$ の単原子分子理想気体が封入されており、水槽は $m[\text{g}]$ の水で満たされている。シリンダーは熱を通す素材でできており、気体と水の間でのみ熱の移動が起こるとする。また、装置には温度計が付いており、水温を測定できるようになっている。棒を含むピストン全体の質量は $M[\text{kg}]$ 、シリンダーの断面積は $A[\text{m}^2]$ である。ピストンはなめらかに移動し、実験装置外部は真空中に保たれているとする。

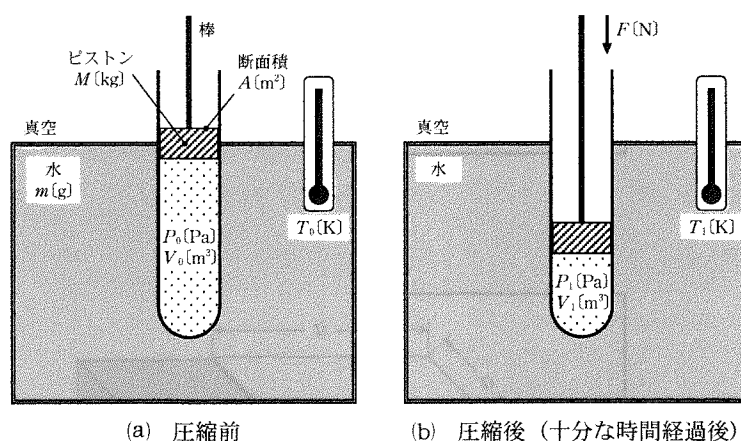


図1

問1 4.2 J の仕事は 1 cal の熱量と等価であり、熱の単位 [cal] と仕事の単位 [J] の換算係数

$J = 4.2 \text{ J/cal}$ は熱の仕事当量と呼ばれる。熱の仕事当量 J を求める実験として、図1の実験装置でピストンが気体に行う仕事 $W[\text{J}]$ とそれに伴う水温上昇 $\Delta T[\text{K}]$ の測定を行った。

以下は、この実験について述べた文章である。 ア ~ ク に入る適切な式を解答欄に記入しなさい。ただし、水の比熱は $1 \text{ cal}/(\text{g}\cdot\text{K})$ である。指定された記号以外で解答に用いてよい記号は、 R, g, n, m, M, A とする。

- (1) まず、ピストンに力をかけずに装置を静置する。十分な時間が経過したのちに、水温の測定を行うと $T_0[\text{K}]$ であった (図1(a))。ピストンは静止しており、ピストンに加わる合力はゼロである。そのため、気体の圧力は M を使って、 $P_0 = \text{ア}$ [Pa] と書ける。この時の気体の体積は T_0 を使って、 $V_0 = \text{イ}$ [m^3] と書ける。
- (2) 次に、ピストンに力をかけて圧縮し、そのまま固定する。十分な時間が経過したのちに、水温の測定を行うと $T_1[\text{K}]$ であった (図1(b))。この状態でピストンを固定するために棒に加えた力は、 $F[\text{N}]$ であった。よって、気体の圧力は F を使って、 $P_1 = \text{ウ}$ [Pa] と書ける。圧縮

後の気体の体積は F と T_1 を使って、 $V_1 =$ $[\text{m}^3]$ と書ける。

- (3) 温度変化を $\Delta T[\text{K}]$ ($\Delta T = T_1 - T_0$) とする。気体の内部エネルギー変化 $\Delta U[\text{J}]$ は ΔT を使って、 $\Delta U =$ $[\text{J}]$ と表せる。
- (4) 気体から水に移動した熱量を $q[\text{cal}]$ とする。水温の変化 ΔT を使って、 $q =$ $[\text{cal}]$ と表せる。熱の仕事当量 $J[\text{J/cal}]$ を使って仕事に換算すると、 $Q = Jq[\text{J}]$ である。
- (5) 気体を圧縮するのに必要な仕事 (気体がされた仕事) は $W[\text{J}]$ であった。気体に対して熱力学第1法則を適用すると、 ΔU 、 Q 、 W の間には という関係式が成り立つ。よって、(3)と(4)の結果と合わせて、熱の仕事当量 $J[\text{J/cal}]$ は W と ΔT を使って、 $J =$ $[\text{J/cal}]$ と求めることができる。

問 2 図 1 の実験装置で、圧縮の方法によって、水温の変化量がどのように変わるか実験を行った。

以下は、この実験について述べた文章である。 ～ に入る適切な語句、記号、または式を解答欄に記入しなさい。以下では、熱にも仕事の単位 $[\text{J}]$ を使い、 $Q = Jq[\text{J}]$ を用いることとする。指定された記号以外で解答に用いてよい記号は、 R 、 g 、 n 、 m 、 M 、 A 、 J とする。

- **方法 A：**図 1 (a) の状態から、ピストンを素早く動かして、気体の圧縮を行った。圧縮は十分に速く行われ、圧縮中の気体から水への熱の移動は無視できるものとする。

- (6) 圧縮の過程で気体がされた仕事を $W_A[\text{J}]$ とする。圧縮直後の気体の温度 $T_G[\text{K}]$ は、 T_0 と W_A を使って、 $T_G =$ $[\text{K}]$ と求まる。
- (7) 圧縮完了後、シリンダー内部の気体から水へ熱が移動する。圧縮が完了して十分な時間経過後の温度は、 $T_{1A}[\text{K}]$ であった。気体から水へ移動した熱量 $Q_A[\text{J}]$ は気体の温度変化 $T_{1A} - T_G$ を使って、 $Q_A =$ $[\text{J}]$ と表せる。ただし、熱の移動中はピストンが固定され、体積は変化しないものとする。一方で、 Q_A は(4)と同様に水温の変化 $\Delta T[\text{K}]$ ($\Delta T = T_{1A} - T_0$) で表すこともできる。よって、 $T_{1A}[\text{K}]$ は T_0 と T_G を使って、 $T_{1A} =$ $[\text{K}]$ と表せる。(6)の結果より T_0 と W_A を使って、 $T_{1A} =$ $[\text{K}]$ となる。

- **方法 B：**図 1 (a) の状態から、ピストンを非常にゆっくり動かして、気体の圧縮を行った。圧縮は時間を十分にかけに行い、圧縮中も気体と水は常に熱平衡状態にあるものとする。

- (8) 圧縮が完了して十分な時間経過後の温度は、 T_{1B} [K]であった。気体の内部エネルギー変化 ΔU_B [J] と気体から水へ移動した熱量 Q_B [J]は、それぞれ(3)と(4)と同様に水温の変化 ΔT [K] ($\Delta T = T_{1B} - T_0$) を使って書ける。圧縮の過程で気体がされた仕事を W_B [J]とすると、水温の変化 ΔT [K]は W_B を使って、 $\Delta T =$ [K]と表せる。よって、圧縮前後の温度の大小関係は必ず T_{1B} T_0 となる。
- (9) 水の熱容量が非常に大きいときには、この過程は 過程とみなせる。
- (10) 気体がされた仕事 W_B [J]が方法 A と同じ W_A [J]になるまで圧縮した。このとき、方法 A と方法 B での最終温度の大小関係は必ず T_{1B} T_{1A} となる。

4 以下の説明文を読み、その後の問いに答えなさい。(配点 25)

問 1 以下の文中の ア ～ カ に入る適切な式を記入しなさい。なお、同じ記号の空欄には同じ式が入る。文中ではプランク定数を h [J・s]、円周率を π とする。

ボーアは水素原子の構造に関して、図 1 のように電荷 $-e$ [C]、質量 m [kg] の電子が、電荷 $+e$ [C] の原子核を中心とした半径 r [m] の円軌道上を速さ v [m/s] で等速円運動をしており、この時、

$$mvr = n \times \boxed{\text{ア}} \quad (1)$$

の条件を満たすと仮定した。これをボーアの量子条件とよぶ。ここで n は正の整数である。ド・ブロイは電子が粒子の性質だけでなく波長 $\lambda = \boxed{\text{イ}}$ [m] をもった波の性質を示すことを提唱し、ボーアの量子条件が円周上で定常波の出来る条件に一致することを示した。

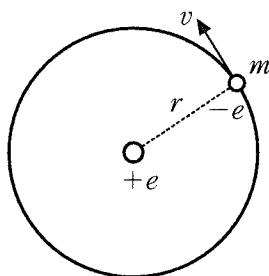


図 1

以下では、ボーアの量子条件を仮定して、水素の原子核のまわりの電子の運動を考える。

原子核と電子の間に働く静電気力が速さ v で等速円運動する電子の向心力となるので、

$$k_0 \frac{e^2}{r^2} = \boxed{\text{ウ}} \quad (2)$$

が成り立つ。ここで、 k_0 [N・m²/C²] は真空中の静電気力の比例係数である。式(1)と式(2)から電子の速さ v を消去すると、円軌道の半径 r は、整数 n と h , π , k_0 , e , m を用いて、

$$r = \boxed{\text{エ}} \times n^2 \quad (3)$$

となる。 $n = 1$ の時の水素原子の電子の半径はボーア半径と呼ばれる。

電子のもつ運動エネルギー K [J] と静電気力による位置エネルギー U [J] はそれぞれ $K = \frac{1}{2}mv^2$ 、及び $U = -k_0 \frac{e^2}{r}$ である。ここで U の基準を無限遠点にとった。式(2)の v を運動エネルギー K に代入すると、電子の持つ力学的エネルギー E [J] は、 $E = K + U$ より、 k_0 , e , r を用いて $E = \boxed{\text{オ}}$ となる。式(3)で求めた半径 r を $\boxed{\text{オ}}$ に代入すると、 E は整数 n と h , π , k_0 , e , m を用いて、

$$E = \boxed{\text{カ}} \times \frac{1}{n^2} \quad (4)$$

となる。整数 n を量子数といい、その時のエネルギーをエネルギー準位 E_n という。

$n = 1$ の時、水素原子は最もエネルギーの低い基底状態となり、そのエネルギーの値は電子ボルト単位[eV]で -13.6 eV である。電気素量 e を $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ として以下の問いに答えなさい。

問 2 基底状態のエネルギーの値をジュール単位[J]を用いて有効数字 2 桁で求めなさい。その際、値の符号に注意しなさい。

エネルギー準位 E_n の状態からそれより低いエネルギー準位 $E_{n'}$ ($n > n'$) の状態に移るとき、エネルギーが $E_n - E_{n'}$ の光子を放出する。以下の問いでは、プランク定数を $6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 、真空中の光の速度を $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。

問 3 $n = 2$ の状態から基底状態に移るときに真空中に放出する光子のエネルギー[J]と、その波長[m]の値を求めなさい。それぞれ有効数字 2 桁で求めなさい。

問 4 $n > 2$ の状態から基底状態に移るときに放出する光子の線スペクトルとして適切なものを図 2 の(a)～(f)の中から一つ選びなさい。図 2 の(a)～(f)では、問 3 で求めた光子の波長を破線で示している。

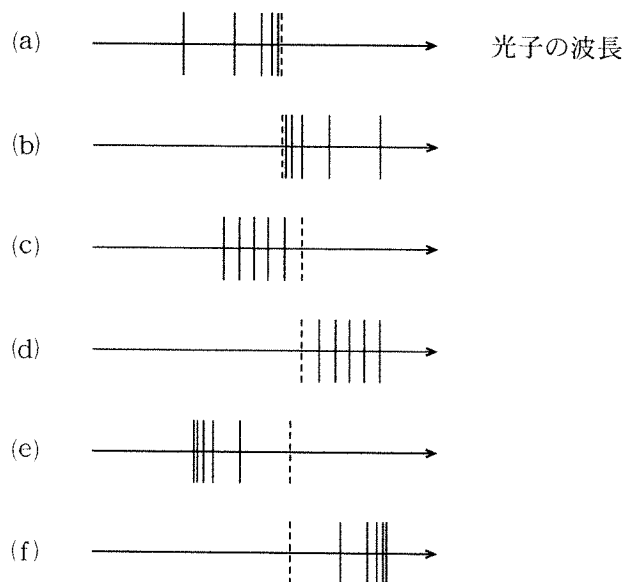


図 2