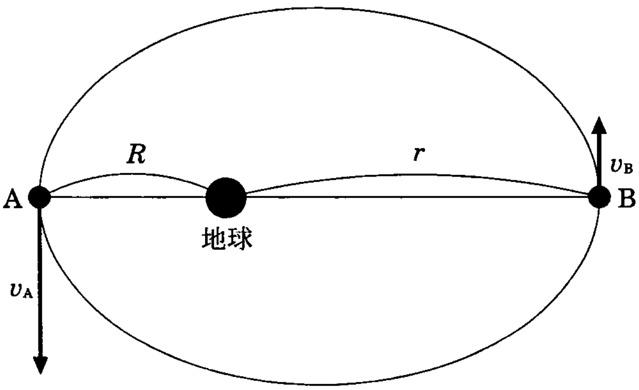
物　　理

1　地球からの万有引力を受けて，図のような楕円軌道上を運動している質量 m〔kg〕の人工衛星がある。線分 AB は楕円の長軸であり，地球は楕円の 1 つの焦点になっている。点 A および点 B の地球の中心からの距離をそれぞれ R〔m〕，r〔m〕（$r > R$）で，またそれぞれの点における人工衛星の速さを v_A〔m/s〕，v_B〔m/s〕で表す。万有引力定数を G〔N·m^2/kg^2〕，地球の質量を M〔kg〕として，以下の問いに答えなさい。（配点　25）



問 1　文章の空欄 $\boxed{}$ に適切な式を書き入れなさい。

(1)　人工衛星の点 A における力学的エネルギー E_A は $\boxed{\text{ア}}$〔J〕であり，同様に点 B における力学的エネルギー E_B は $\boxed{\text{イ}}$〔J〕である。力学的エネルギー保存則より，

$$E_A = E_B \qquad (1)$$

が成立している。

(2)　点Aから微小時間Δt〔s〕の間に人工衛星が進む距離は $\boxed{\text{ウ}}$ 〔m〕である。Δt は微小なので人工衛星の軌跡は線分とみなすことができる。したがって，Δt の間に動径(地球の中心と人工衛星を結ぶ線分)が描く図形は三角形とみなすことができ，その面積S_Aは $\boxed{\text{エ}}$ 〔m^2〕である。同様に，点BにおいてΔtの間に動径が描く面積S_Bは $\boxed{\text{オ}}$ 〔m^2〕である。ケプラーの第2法則によれば

$$S_A = S_B \qquad (2)$$

が成立している。

(3)　rをG，M，R，v_Aを用いて表すために式(1)，(2)を連立させて解くと，$r = R$と

$$r = \boxed{\text{カ}}$$

が得られる。これより，$r > R$が成立するためのv_Aに関する条件は

$$\boxed{\text{キ}} < v_A < \boxed{\text{ク}}$$

であることがわかる。

問 2　もし$v_A \geqq$ $\boxed{\text{ク}}$ であれば人工衛星は無限遠点に到達する。その理由を式(1)にもとづいて説明しなさい。

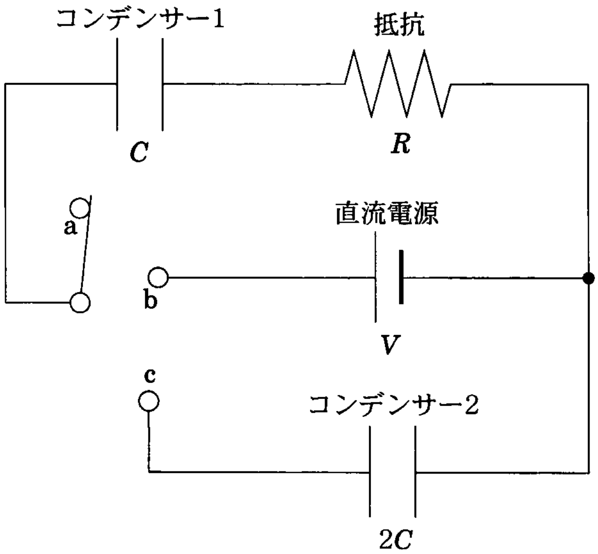
2 以下の空欄 $\boxed{}$ に適切な式または数値を書き入れなさい。(配点　25)

図のように，内部抵抗の無視できる直流電源と2つのコンデンサー，および抵抗が接続された回路がある。コンデンサー1と2の電気容量はそれぞれ C〔F〕と $2C$〔F〕，抵抗の抵抗値は R〔Ω〕，直流電源の起電力は V〔V〕である。スイッチははじめ端子aに接続されており，いずれのコンデンサーの電荷も0〔C〕であった。

スイッチを端子bに接続した。その直後のコンデンサー1の電荷は $\boxed{\text{ア}}$〔C〕であるので，抵抗に流れる電流は $\boxed{\text{イ}}$〔A〕である。また，十分時間がたった後に，抵抗に流れる電流は $\boxed{\text{ウ}}$〔A〕であり，コンデンサー1の電荷は $\boxed{\text{エ}}$〔C〕，コンデンサー1に蓄えられた静電エネルギーは $\boxed{\text{オ}}$〔J〕である。

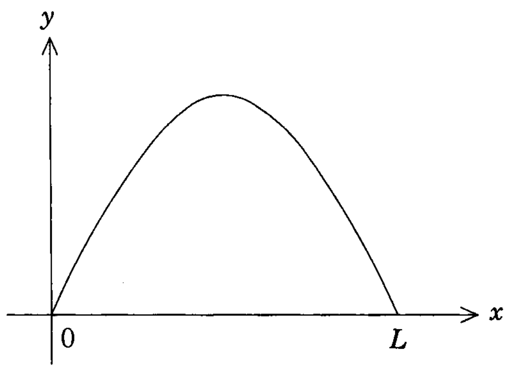
次に，スイッチを端子cに接続した。十分時間がたったとき，コンデンサー1と2の両端の電位差はどちらも $\boxed{\text{カ}}$〔V〕となっており，このときのコンデンサー1の電荷は $\boxed{\text{キ}}$〔C〕，コンデンサー2の電荷 $Q_2{}^{(1)}$ は $\boxed{\text{ク}}$〔C〕である。このとき，コンデンサー1と2のもつ静電エネルギーの総和は $\boxed{\text{ケ}}$〔J〕であることから，スイッチを端子cにつなげた後に抵抗 R で発生したジュール熱は $\boxed{\text{コ}}$〔J〕であることがわかる。

さらに，スイッチを端子bと端子cに交互に接続した。スイッチを切り替える間隔は十分長くとった。スイッチを n 回目に端子cに接続した後，十分時間がたったときのコンデンサー2の電荷 $Q_2{}^{(n)}$〔C〕を $Q_2{}^{(n-1)}$〔C〕を使って表すと，$Q_2{}^{(n)} =$ $\boxed{\text{サ}}$ となる。スイッチをさらに何度も繰り返し切り替えるとやがてコンデンサー2の電荷は変化しなくなった。このときの電荷 $Q_2{}^{(\infty)}$ は $\boxed{\text{シ}}$〔C〕である。


コンデンサー1
抵抗
C
R
a
直流電源
b
V
c
コンデンサー2
2C

3 ある媒質中を正弦波が伝わっており，波の伝わる方向をx軸とする。媒質の両端$x=0$〔m〕と$x=L$〔m〕で波の反射が起こり，その結果，両端の間で定常波ができている。波の伝わる速さv〔m/s〕は一定であるとする。以下の空欄 $\boxed{}$ に適切な式を書き入れなさい。(配点　25)

問 1　両端が固定端であるとき，両端は定常波の節になる。ある時刻の定常波の変位y〔m〕が図のようになっていたとすると，定常波をつくる進行波の波長は $\boxed{\text{ア}}$ 〔m〕であるので，定常波の振動の周期は $\boxed{\text{イ}}$ 〔s〕になる。



問 2　両端が自由端であるとき，両端は定常波の腹になる。節が2個ある場合，定常波の振動の周期は $\boxed{\text{ウ}}$ 〔s〕であり，節の位置は$x=$ $\boxed{\text{エ}}$ 〔m〕と$x=$ $\boxed{\text{オ}}$ 〔m〕である。

問 3　$x=0$〔m〕が自由端で$x=L$〔m〕が固定端であるとき，定常波の振動の周期のうち，一番長いのは $\boxed{\text{カ}}$ 〔s〕であり，二番目に長いのは $\boxed{\text{キ}}$ 〔s〕である。二番目に長い周期の定常波では，節の位置は$x=$ $\boxed{\text{ク}}$ 〔m〕と$x=L$〔m〕である。

問 4　$x = 0$〔m〕が自由端で $x = L$〔m〕が固定端のときの定常波では，x 軸の負の向きに伝わる進行波の変位 y_1〔m〕と正の向きに伝わる進行波の変位 y_2〔m〕は

$$y_1 = A\sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{x}{v}\right)\right],\quad y_2 = A\sin\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

で与えられる。ここで，A〔m〕は振幅，T〔s〕は周期である。定常波に振動の周期の一番長いものから順に $n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots$ と番号を付けると，固定端 $x = L$〔m〕では，定常波の変位 $y = y_1 + y_2$〔m〕は常に 0 であるので，

$$\frac{2\pi}{T}\left(t + \frac{L}{v}\right) - \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{L}{v}\right) = \boxed{\text{ケ}}\quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$$

が成り立つ。したがって，定常波の振動の周期は $T = \boxed{\text{コ}}$〔s〕$(n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$となる。このとき，定常波をつくる進行波の波長は $\boxed{\text{サ}}$〔m〕$(n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$であり，$x = 0$〔m〕にもっとも近い節の位置は $x = \boxed{\text{シ}}$〔m〕$(n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$である。

4 理想気体に関する以下の問いに答えなさい。ただし，理想気体は単原子分子気体であるとし，その気体定数はR〔J/(mol·K)〕とする。(配点　25)

問 1　次の文章の空欄 $\boxed{}$ に適切な式を書き入れなさい。

温度が一定なままで起こる物質の状態の変化を等温変化という。絶対温度T〔K〕の理想気体n〔mol〕の内部エネルギーU〔J〕は，$U=$ $\boxed{\text{ア}}$ と表される。したがって理想気体を等温膨張させるには，気体が外に仕事をすることにより失うエネルギーW〔J〕を，外から熱量を $\boxed{\text{イ}}$ 〔J〕だけ加えることにより補わなければならない。

熱の出入りなしで起こる物質の状態の変化を断熱変化という。理想気体n〔mol〕が断熱膨張するとき，気体は外に仕事をするので内部エネルギーは減少する。したがって，外にした仕事をW'〔J〕とすると，気体の温度は $\boxed{\text{ウ}}$ 〔K〕だけ下がる。

圧力が一定なままで起こる物質の状態の変化を定圧変化という。理想気体をシリンダーに入れ，ピストンを外から一定の力で抑えながら加熱すると，気体はピストンを押し，外に仕事をしながら膨張する。気体の圧力をP〔Pa〕，ピストンの断面積をS〔m^2〕，気体の膨張によりピストンが動く距離をΔl〔m〕とすると，気体がピストンを押す力は $\boxed{\text{エ}}$ 〔N〕であるから，気体が外にする仕事は $\boxed{\text{オ}}$ 〔J〕となる。したがって，理想気体の圧力を一定値Pに保ちながらQ〔J〕の熱を加えたとき，体積が増加してピストンがΔl動いたとすると，内部エネルギーの増加は $\boxed{\text{カ}}$ 〔J〕となる。

理想気体が圧力 P_A〔Pa〕，体積 V_A〔m^3〕の状態から体積 V_B〔m^3〕の状態まで，定圧変化，等温変化，断熱変化の 3 通りの過程で膨張をした。

問 2　断熱膨張したときの圧力と体積の関係を，下図に描いた曲線Ⅰ，Ⅱ，Ⅲから選びなさい。また，その理由を説明しなさい。

問 3　膨張したとき外にした仕事の大きい順番に，各過程の名前を書き入れなさい。また，その理由を下図にもとづいて説明しなさい。

問 4　膨張した後の内部エネルギーの大きい順番に，各過程の名前を書き入れなさい。また，その理由を下図にもとづいて説明しなさい。

問 5　膨張したとき外からもらう熱量の大きさは内部エネルギーの増加量と外にした仕事の和に等しい。膨張したとき外からもらった熱量の大きい順番に，各過程の名前を書き入れなさい。