山口大学 前期

平成29年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学　（理系β）

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また，解答用紙は4枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔１〕　(配点 50)　$\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$, $\cos\beta = \dfrac{7}{8}$ を満たす実数 α, β について，次の問いに答えなさい。ただし，$0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(1)　$\sin 2\alpha$ と $\cos 2\beta$ の値を求めなさい。

(2)　$\dfrac{\pi}{4} < \alpha < \dfrac{\pi}{3}$ が成り立つことを示しなさい。

(3)　$\dfrac{\pi}{12} < \beta < \dfrac{\pi}{6}$ が成り立つことを示しなさい。

〔2〕 (配点 50) x, y, z を $0 < x < 1$, $0 < y < 1$, $0 < z < 1$ を満たす実数とする。面積が 1 の △ABC において，辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 D, E, F を $\dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = x$, $\dfrac{\mathrm{CE}}{\mathrm{CA}} = y$, $\dfrac{\mathrm{AF}}{\mathrm{AB}} = z$ を満たすようにとる。△AFE の面積を S_1, △DEF の面積を S_2 とおくとき，次の問いに答えなさい。

(1) $x = \dfrac{2}{3}$, $y = \dfrac{2}{3}$, $z = \dfrac{1}{3}$ のとき，S_1 と S_2 を求めなさい。

(2) S_2 を x, y, z を用いて表しなさい。

(3) △ABC の重心と △DEF の重心が一致し，かつ $S_2 = \dfrac{1}{3}$ が成り立つような x, y, z の組 (x, y, z) をすべて求めなさい。

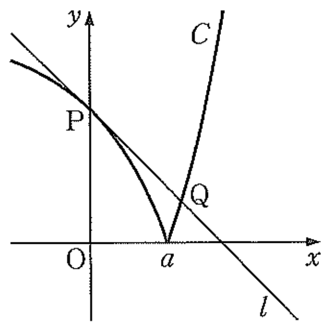
〔３〕 (配点 50)　$\alpha = \sin\frac{\pi}{10} + i\cos\frac{\pi}{10}$ とするとき，次の問いに答えなさい。ただし，i は虚数単位である。

(1) 複素数 α を極形式で表しなさい。ただし，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(2) 2 個のさいころを同時に投げて出た目を k，l とするとき，$\alpha^{kl} = 1$ となる確率を求めなさい。

(3) 3 個のさいころを同時に投げて出た目を k，l，m とするとき，α^k，α^l，α^m が異なる 3 つの複素数である確率を求めなさい。

〔4〕 (配点 50)　a を正の実数とし，関数 $f(x) = |e^x - e^a|$ を考える。xy 平面において，曲線 $y = f(x)$ を C とし，曲線 C と y 軸との交点を P とする。点 P における C の接線を l とすると，C と l は接点 P を含めてちょうど 2 点を共有する。点 P と異なる共有点を Q とし，点 Q の x 座標を b とすると，図より $b > a$ であることが分かる。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，必要ならば，関数の極限の公式 $\lim_{x \to \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ を証明なしに用いてもよい。



(1)　直線 l の方程式を求めなさい。

(2)　$\lim_{a \to \infty} (b - a) = \log 2$ が成り立つことを示しなさい。

(3)　C と l で囲まれた図形の面積を S とするとき，極限値 $\lim_{a \to \infty} \frac{S}{e^a}$ を求めなさい。