山口大学 一般 前期

平成24年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学（理系β）

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また，解答用紙は4枚あります。解答用紙枚数に過不足がある場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

$\boxed{\beta}$

〔1〕 (配点 50) 関数 $f(x) = -x^2 + 15x - 36$ と $g(x) = \log_2(-x^2 + 15x - 36)$ について，次の問いに答えなさい。

(1) $f(x) > 0$ となる x の範囲を求めなさい。

(2) $\log_2 3 = 1.585$ として，$g(x)$ の最大値を小数で表しなさい。

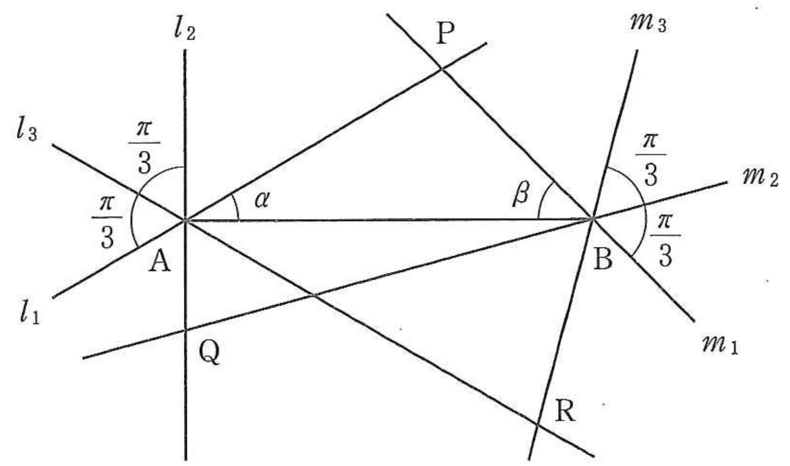
(3) $f(g(x)) > 0$ となる x の範囲を求めなさい。

〔2〕 (配点50) 平面上に異なる2点A, Bがある。Aを通る直線l_1, l_2, l_3とBを通る直線m_1, m_2, m_3が図のように交わっており, 直線l_1とm_1の交点をP, l_2とm_2の交点をQ, l_3とm_3の交点をRとする。ただし, l_1とl_3, l_2とl_3, m_1とm_2, m_2とm_3のなす角はすべて$\dfrac{\pi}{3}$であり, $0 < \angle PAB < \dfrac{\pi}{3}$, $0 < \angle PBA < \dfrac{\pi}{3}$である。$\alpha = \angle PAB$, $\beta = \angle PBA$として, 次の問いに答えなさい。

(1) $\angle APB + \angle AQB$を求めなさい。

(2) 5点A, Q, R, B, Pが同一円周上にあることを示しなさい。

(3) 5点A, Q, R, B, Pを通る円の半径が1であるとき, 五角形AQRBPの面積を$\sin\alpha$, $\sin\beta$, $\sin 2\alpha$, $\sin 2\beta$を用いて表しなさい。



〔3〕 (配点 50)　2点A，Bは，AB＝2を満たしながら放物線 $C：y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$ の上を動く点とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) ABの中点をPとする。A，B，Pの x 座標をそれぞれ a，b，p とするとき，$a+b$ と ab の値をそれぞれ p を用いて表しなさい。

(2) Pの y 座標を p を用いて表しなさい。

(3) Pの x 座標に対してPの y 座標を定める関数を $y=f(x)$ とする。2つの曲線 $y=f(x)$，$y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$ と2直線 $x=0$，$x=2$ で囲まれた図形の面積を求めなさい。

$\boxed{\beta}$

〔4〕 (配点50) xy 平面において，直線 $y=8$ の上に点 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 が，直線 $y=0$ の上に点 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 が，それぞれ x 座標の小さい順に並んでいる。これらを $y=8$ 上の点と $y=0$ 上の点ひとつずつからなる5つの組に分け，それぞれの組の2点を結んでできる5本の線分を考える。下図はその一例である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 3本の線分 P_iQ_n, P_jQ_m, P_kQ_l が1点Rで交わるとき，$\dfrac{P_iP_j \cdot Q_lQ_m}{P_jP_k \cdot Q_mQ_n}$ を求めなさい。ただし，$i<j<k$ かつ $l<m<n$ であるとする。

(2) P_i, $Q_i\,(1 \leqq i \leqq 5)$ の x 座標を 2^i とするとき，どのような結び方をしても3本の線分が1点で交わらないことを(1)を用いて背理法で示しなさい。

(3) P_i, $Q_i\,(1 \leqq i \leqq 5)$ の x 座標を 2^i とするとき，交点の数の合計がちょうど2つになるような結び方は何通りあるかを答えなさい。