1. （配点 50）　整数 a，b，c，d，p，q は

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} p^2 & 0 \\ 0 & pq \end{pmatrix}$$

を満たすとする。このとき次の問いに答えよ。

(1)　a，b のうち少なくとも一方は偶数であることを示せ。

(2)　$\sqrt{pq}$ は有理数であることを示せ。

(3)　$p \geqq 2$ かつ $q=1$ となる行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の例を1つあげよ。

2. (配点50) 原点をOとする座標空間に3点A$(2,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 3,\ 1)$，C$(1,\ 1,\ 2)$をとり，方程式$z=-1$で表される平面をαとする。$t>2$とするとき，点P$(2,\ 1,\ t)$を考える。4つの直線PO，PA，PB，PCと平面αとの交点をそれぞれD，E，F，Gとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$を$\overrightarrow{\mathrm{ED}}$，$\overrightarrow{\mathrm{EF}}$，$t$を用いて表せ。

(2) 点Gが△DEFの周または内部にあるように，tの値の範囲を定めよ。

3. (配点 50)　座標平面上に動点P，Qがあり，独立に動く。各々の点は1秒ごとに，x軸の正の向き，x軸の負の向きおよびy軸の正の向きのいずれかに1だけ進む。その確率は，x軸の正の向きと負の向きにはそれぞれ$\frac{1}{4}$，y軸の正の向きには$\frac{1}{2}$である。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　はじめに動点P，Qはともに原点にあるとする。1秒後にP，Qが同じ位置にある確率を求めよ。

(2)　はじめに動点Pは原点に，動点Qは点(2，0)にあるとする。3秒後にP，Qが同じ位置にある確率を求めよ。

4. (配点 50)　関数$f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$について，次の問いに答えよ。

(1)　$\lim_{x\to+\infty} f(x)$，$\lim_{x\to-\infty} f(x)$を求め，$f(x)$の増減を調べて，$y=f(x)$のグラフの概形をかけ。(変曲点は求めなくてよい。)

(2)　$f(x)=\dfrac{1}{2}$となるxの値αおよび微分係数$f'(\alpha)$を求めよ。