

科目	物 理
----	-----

理学部・医学部・薬学部・工学部

注 意

1. 開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 問題は1ページから9ページにわたっている。解答用紙は3枚、下書き用紙は3枚で、問題冊子とは別になっている。これらが不備な場合は、直ちにその旨を監督者に申し出ること。
3. 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入すること。
指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価(採点)の対象としない。
4. すべての解答用紙の上部の欄に、志望学部と受験番号(2か所)を記入すること。
5. 試験終了後、問題冊子・下書き用紙とも、持ち帰ること。

1

図1のように、水平な床面に作った水槽に水を張り、均一な密度 ρ [kg/m³]、底面積 S [m²]、高さ h [m] の、円柱状の物体 P を浮かべる。以下の問(1)~(3)に答えよ。水の密度を ρ_0 [kg/m³]、重力加速度の大きさを g [m/s²] とし、水面の位置は上下しないものとする。

- (1) 物体 P は、上面および底面が水面に平行な状態で、水面上 a ($< \frac{h}{2}$) [m] だけ上に出て浮いている。物体 P にはたらく重力 F_1 [N]、および水から受けている浮力 R_1 [N] を求め、物体 P の密度 ρ と水の密度 ρ_0 の関係を式で表せ。

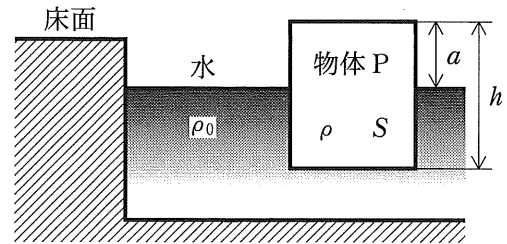


図1

- (2) 次に物体 P の上面の中心と床面上に質量が無視できる支持台を設け、その上に質量が無視できる薄くて変形しない板を載せて、それぞれ点 A と点 B で支持する。点 A と点 B の中点 C に大きさの無視できる質量 m [kg] のおもり Q を静かに置いたところ、図2のように板は水平になり、同時に物体 P は、上面および底面を水面に平行にしたまま図1の状態よりも沈み込んで、水面から上に b [m] だけ出た状態で静止した。このときの点 A と点 B の水平距離は ℓ [m] であった。

- (a) 物体 P が点 A において支持台を通して板を支える力 F_2 [N] を ρ_0 , a , b , S , g を用いて表せ。

- (b) 点 B のまわりの力のモーメントのつり合い式を考えて、おもり Q の質量 m を ρ_0 , a , b , S を用いて表せ。またその解き方も示せ。

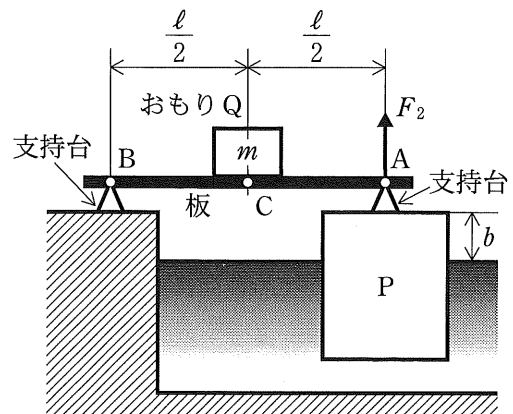


図2

(3) 続いて、おもり Q と板をとり除き、物体 P を傾かないように手でさらに鉛直下方に静かに押し込み、図 3 の左側のように水面から上に c [m] だけ出た状態で安定させた。その後、手を瞬間的に離れたところ、物体 P は水から受ける浮力と重力の合力によって、横揺れや回転運動をすることなしに、鉛直上方に上昇し、図 3 の右側のように、その上面が図 1 の高さ a を越えて、水面から d ($< h$) [m] の高さまで浮き上がった。浮力の大きさは、物体 P の底面が水面から沈みこんだ深さに比例するので、浮力をばねの弾性力に置き換えて考えることができる。ただし簡単のため、重力と浮力以外の力は無視できるものとする。

(a) 手を離す直前の浮力の大きさ R_2 [N] を $R_2 = k(h - c)$ と書いたとき、定数 k [N/m] を ρ_0 , S , g を用いて表せ。

(b) 手を離す直前と、水面から d まで浮き上がったときとの間に成り立つ、物体 P がもつ重力および浮力による位置エネルギーに関するエネルギー保存の法則の式を k と ρ を用いずに表せ。またその解き方も示せ。ただし、両者の位置エネルギーは、物体 P の底面が水面に一致する状態を基準とする。

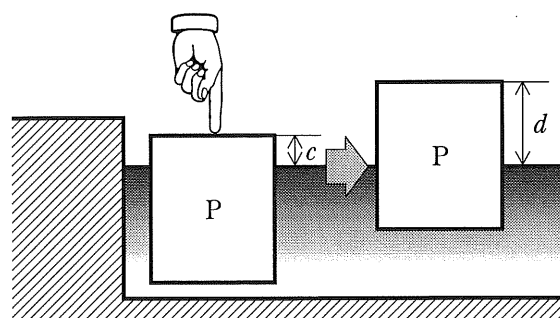


図 3

(c) 物体 P の上面が到達する高さ d を a と c を用いて表せ。

2

真空中に半径が r [m] の円形の大きな平行板コンデンサーがある。図 1 はその断面図である。平行板の間隔は d [m] で r より十分に小さく、板は水平とする。平行板の間には磁束密度の大きさ B [T] の一様な北向きの磁場(磁界)が存在している(紙面の手前は東、紙面の奥は西)。下の板の中心を点 O とし、その $\frac{d}{2}$ [m] 上を点 P として、以下の問(1)~(3)に答えよ。

(1) 上の板の電位 V を 0 [V]、下の板の電位 V を $V_0 (> 0)$ [V] とする。

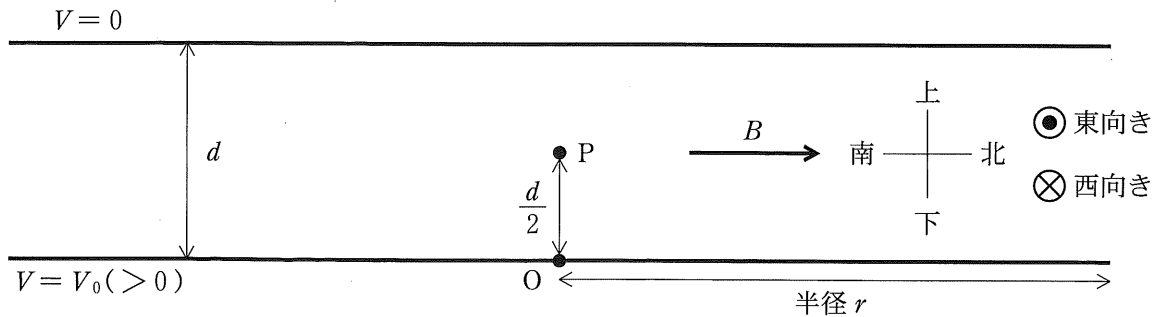


図 1

- (a) 点 P の電場(電界)の向きとして正しいものを解答欄より選び、○で囲め。また、その大きさ E [V/m] はいくらか。
- (b) 点 P を含む等電位面の断面を解答欄に描け。
- (c) 正に帯電している粒子が点 P に静止している。粒子の質量を m [kg] とすると、粒子の電荷 q [C] はいくらか。点 P の電場の大きさ E [V/m] を用いてもよい。重力加速度は下向きでその大きさは g [m/s²] とする。
- (d) 質量が同じ m [kg] で電荷が q' [C] ($q > q' > 0$) の別の粒子が点 P の付近を東西方向に等速直線運動をしている。その粒子の速度 v [m/s] の向きと大きさを答えよ。点 P の電場の大きさ E [V/m] を用いてもよい。向きは解答欄の中から選び、○で囲め。ただし、(c) の電荷 q の粒子の影響は受けないものとする。

- (2) 図2のように、電位 0 [V] の上の板と電位 $V_0 (> 0)$ [V] の下の板を金属線(電気抵抗 R [Ω])でつないだ。金属線には開いた状態のスイッチがついている。時刻 $t = 0$ [s] にスイッチを閉じると、金属線には図3の I - t グラフに示すような電流が流れた。

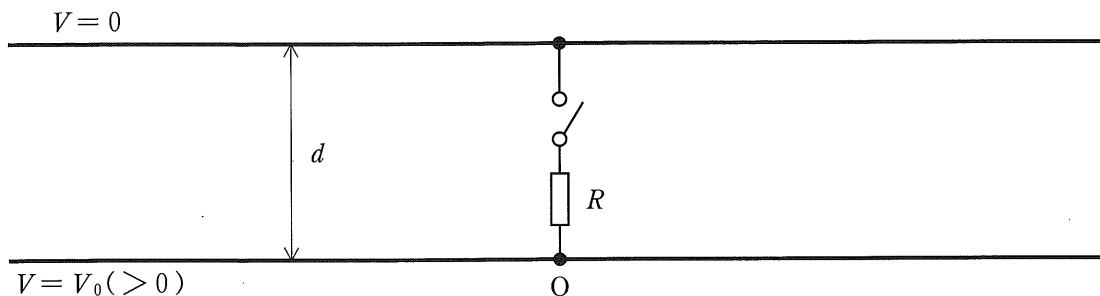


図2

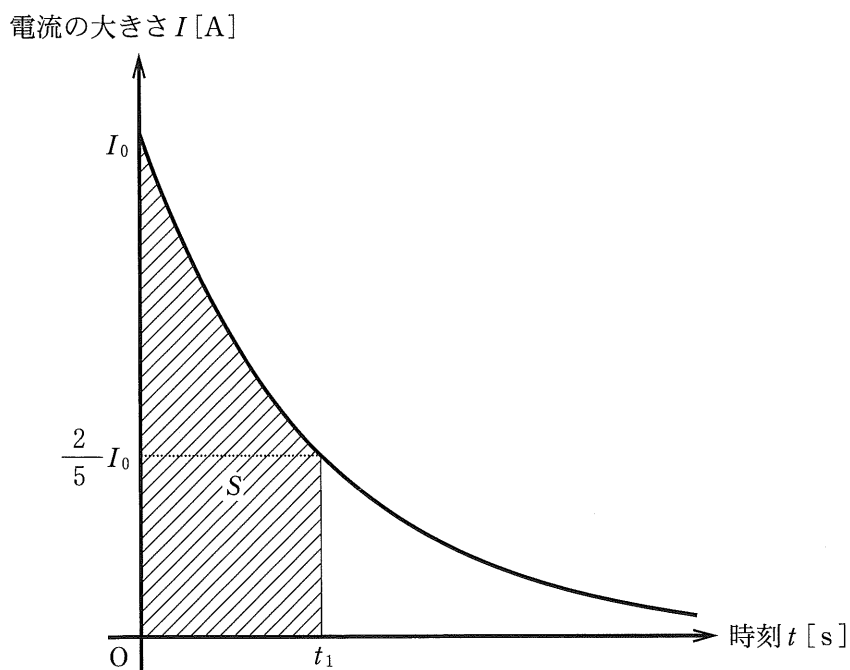


図3

- (a) スイッチを閉じた直後に金属線に流れる電流の大きさ I_0 [A] はいくらか。ただし、スイッチの抵抗は無視できるものとする。
- (b) 図3の I - t グラフ上の斜線部の面積 S は、どのような物理量を表しているか説明せよ。

- (c) 時刻 t_1 [s] の電流は $\frac{2}{5} I_0$ [A] だった。面積 S の表す物理量の大きさはいくらか。円周率 π , 真空の誘電率 ϵ_0 [C²/N·m²], r , d , V_0 を用いて単位をつけて表せ。また, その解き方も示せ。
- (d) スイッチを閉じてから, 上と下の板の電位が等しくなるまでに金属線で消費された電力量 W [J] はいくらか。 π , ϵ_0 , r , d , V_0 を用いて表せ。また, その解き方も示せ。
- (3) 極板間の電位差が 0 [V] になった後, 形状・質量の等しい金属のリングと絶縁体のリングを図 4 のように, 上の板から糸で点 P の付近に吊るした。2 つのリングを同じ速さ (角速度) で回転させ放置すると, 金属のリングの回転は, 絶縁体のリングより早く減速した。その理由を説明せよ。なお, 金属のリングは有限の電気抵抗を持つものとする。

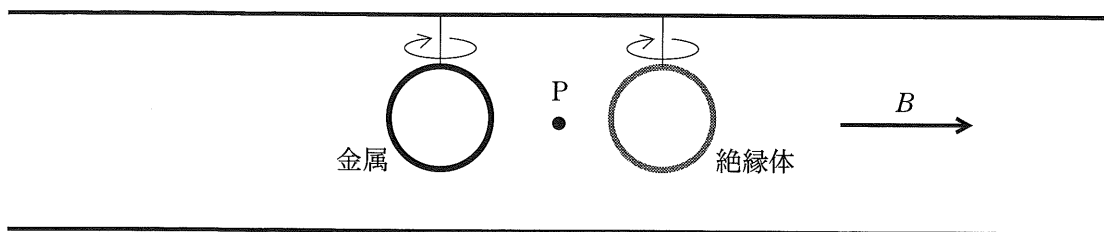
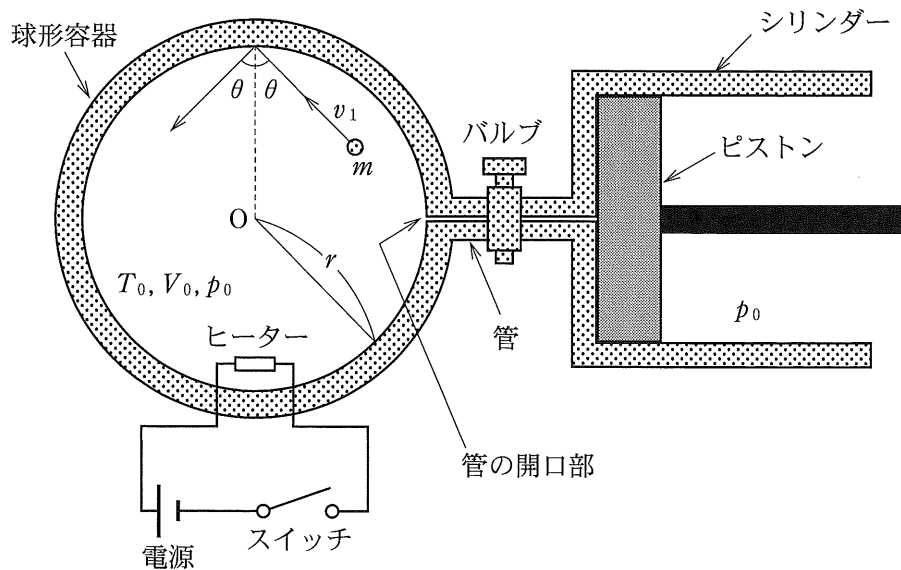


図 4

問題 **3** は次のページから始まります。

3

図のような半径 r [m] の球形容器 (容積 V_0 [m³]) に理想気体の単原子分子 (質量 m [kg]) がアボガドロ定数 N_A 個 (すなわち, 1 mol) だけ入っている。気体分子は速さが v_1 [m/s], v_2 [m/s], v_3 [m/s] の 3 種のものからなっており, 各速さの分子数はそれぞれ n_1 , n_2 , n_3 個である。球形容器には, その右側に容積の無視できる管を通して水平に固定されたピストンつきシリンダーがつながっている。シリンダー内の気密性はよく, ピストンはシリンダー内を滑らかに動くものとし, 球形容器, 管, バルブ, シリンダー, ピストンは断熱材でできているものとする。初期の状態では, 図に示すようにシリンダーとピストンで囲まれた容器内の体積が 0 [m³] になるようにしてバルブが閉じてあり, 球形容器内の気体の温度は T_0 [K], 圧力は p_0 [Pa] で外気圧と同じであった。気体定数を R [J/mol·K] として, 問(1)の文中の (ア) ~ (コ) にあてはまる適切な数式を解答欄に記入し, 問(2)に答えよ。ただし, 管の中の気体の量は無視できるものとする。また, 球形容器, ヒーター, 管, バルブ, シリンダー, ピストンの熱容量も無視できるものとする。



- (1) まず最初に, 気体分子の運動と球形容器内気体の圧力との関係について考えよう。ここで, 気体分子は球形容器壁と弾性衝突し, 気体分子同士の衝突はないものとする。また, 管の開口部, ヒーターが衝突に与える影響および重力の影響は無視できるものとする。

この球形容器内気体分子の平均運動エネルギーは,

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{1}{2} m \frac{\text{(ア)}}{N_A} \text{ [J]}$$

と表すことができる。ここで, $\overline{v^2}$ は N_A 個の単原子分子の速さの 2 乗の平均値を表す。

速さ v_1 の分子が, 図のように壁への入射角 θ [rad] で衝突するとき, 一回の衝突で壁に与える力積 x [N·s] は v_1 , m , θ を用いて

$$x = \boxed{\text{(イ)}}$$

となる。また、この分子が次に壁と衝突するまでに移動する距離は $\boxed{\text{(ウ)}}$ [m] であるから、ある衝突から次の衝突までの時間を y [s] とすると、

$$y = \frac{\boxed{\text{(ウ)}}}{v_1}$$

となる。

ある時間 Δt [s] の間に、この分子が壁に衝突する回数 f は、 Δt と y を用いて

$$f = \boxed{\text{(エ)}}$$

と表される。時間 Δt 内に速さ v_1 の n_1 個の気体分子群が壁に与える力積の総和 X_1 [N·s] は、 n_1 , f , x を用いて

$$X_1 = \boxed{\text{(オ)}}$$

と表せるので、結局、 X_1 は n_1 , m , v_1 , Δt , r を用いて

$$X_1 = \boxed{\text{(カ)}}$$

となる。

他の2種の速さ v_2 , v_3 の気体分子群についても時間 Δt 内に壁に与える力積の総和をそれぞれ X_2 [N·s], X_3 [N·s] とし、球形容器内の気体分子全体が時間 Δt 内に壁に一定の力 F [N] を及ぼしていると考えると

$$F\Delta t = X_1 + X_2 + X_3$$

と書くことができる。 $\boxed{\text{(カ)}}$ の表式を参考にして X_2 , X_3 を求めると、気体分子全体が与える力積の総和は

$$F\Delta t = \boxed{\text{(キ)}} \times \overline{v^2} \Delta t$$

と表される。球形容器内の気体の圧力 p_0 は、 F , 円周率 π と r を用いて

$$p_0 = \boxed{\text{(ク)}}$$

となるから、圧力 p_0 と気体分子の速さの2乗の平均値 $\overline{v^2}$ との関係が、 m , N_A , V_0 を用いて

$$p_0 = \boxed{\text{(ケ)}} \times \overline{v^2}$$

となることがわかる。

気体分子の運動エネルギーの平均値は、ボルツマン定数 k [J/K] と気体の温度 T_0 を用いて

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k T_0$$

と表すことができるので、球形容器内の理想気体の状態方程式

$$p_0 V_0 = \boxed{\text{(コ)}}$$

が導き出される。

- (2) (a) 次に回路のスイッチを入れ、ヒーターでゆっくり球形容器内の気体を加熱した。そして温度が T_1 [K] になったところでヒーターのスイッチを切った。このときの気体の圧力 p_1 [Pa] を求めよ。
- (b) このとき気体が得た熱量 Q [J] を T_0 , T_1 , 気体定数 R を用いて表せ。
- (c) 次にバルブを開けると、球形容器内の気体が断熱膨張した。その結果、ピストンはシリンダー内を右側に移動して気体全体の体積が V_2 [m³] になったところで停止し、温度は T_2 [K] になった。この体積 V_2 を T_0 , T_1 , V_0 を用いて表し、温度 T_2 を T_0 , T_1 を用いて表せ。また、解き方も示せ。ただし、気体が断熱変化するときには、圧力 p と体積 V の間で $pV^{\frac{5}{3}}$ が一定に保たれることがわかっている。
- (d) (c)の過程で気体が外部に行った仕事 W [J] を T_1 , T_2 , R を用いて表せ。また、解き方も示せ。