

理学部（数学）・医学部・薬学部試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出てください。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入してください。
4. 解答は指定された解答用紙に記入してください。その際、解答用紙の番号を間違えないようにしてください。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

(1) $F(t) = \sqrt{t(t+1)} + \log(\sqrt{t+1} - \sqrt{t})$ とする。 $t > 0$ において $\{F'(t)\}^2$ を求めよ。

(2) 実数 a, b は 3 つの不等式 $a^2 + b^2 \leq 1, a \geq 0, b \geq 0$ を同時に満たしながら動くとする。座標平面上の点 $P(x, y)$ を $x = a + b, y = ab$ によって定め、点 $P(x, y)$ の動く領域を D とする。

(a) 領域 D を座標平面上に図示せよ。

(b) 不等式 $\frac{1}{16} \leq t \leq \frac{1}{6}$ を満たす t に対して、直線 $y = t$ と領域 D の共有点のうち x 座標が最小となる点を $(f(t), t)$, x 座標が最大となる点を $(g(t), t)$ とする。定積分

$$\int_{\frac{1}{16}}^{\frac{1}{6}} \frac{f(t)}{g(t)} dt$$

を求めよ。

(解答用紙は 1 を使用せよ)

理数・医・薬 1

〔2〕 座標平面上の曲線 $C_1 : x^2 + y^2 = 1 \ (y \geq 0)$ を考える。 C_1 上に 2 点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ をとり, $\angle BAP = \theta \ (0 < \theta < \frac{\pi}{6})$ となる C_1 上の点を P とする。弧 AP を直線 AP に関して対称に折り返した曲線において $x \geq 0$ を満たす部分を C_2 とし, C_2 と線分 AB との交点を Q とおく。

- (1) 線分 AQ の長さを θ を用いて表せ。
- (2) 線分 AP , 線分 AQ および曲線 C_2 で囲まれた部分の面積を $f(\theta)$ とする。 $f(\theta)$ を θ を用いて表せ。
- (3) 弧 BP , 線分 BQ および曲線 C_2 で囲まれた部分の周囲の長さを $g(\theta)$ とする。 $g(\theta)$ を θ を用いて表せ。
- (4) (2) で求めた $f(\theta)$ と (3) で求めた $g(\theta)$ に対して, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ を求めよ。

(解答用紙は 〔2〕 を使用せよ)

理数・医・薬 2

3 次の問いに答えよ。

(1) $\frac{2024!}{2^n}$ が整数となるような自然数 n のうち、最大のものを求めよ。

(2) $\frac{m!}{2^{2024}}$ が整数となるような自然数 m のうち、最小のものを求めよ。

(解答用紙は **3** を使用せよ)

理数・医・薬 3