

医学部医学科試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。問題冊子が不備な場合は、直ちにその旨を監督者に申し出て下さい。
3. 解答用紙は3枚で、問題冊子とは別になっています。各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。
5. 解答用紙の裏面には解答を書かないで下さい。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

I 関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \cos x + \frac{8}{7} \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(t) \sin t dt$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) α を 0 でない定数とするとき、不定積分 $\int x^2 \sin \alpha x dx$ を求めよ。

(3) 2 曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq \pi$) と $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)、および x 軸で囲まれた図形を図示せよ。

(4) (3) の図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

(解答用紙は、 **I** を使用せよ)

医 I

Ⅱ a, b, p, q は実数で $a^2 + b^2 < 1$ を満たすとする。 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ とし、数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定義する。次の問いに答えよ。

- (1) A^2 を求めよ。
- (2) x_{2n}, y_{2n} を n, a, b, p, q を用いて表せ。
- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n}, \lim_{n \rightarrow \infty} y_{2n}$ を求めよ。

(解答用紙は、Ⅱ を使用せよ)

医Ⅱ

Ⅲ 次の問いに答えよ。

(1) 点 (x_0, y_0) と直線 $l: y = ax + b$ との距離は $\frac{|ax_0 - y_0 + b|}{\sqrt{1 + a^2}}$ であることを示せ。

(2) 3 点 $A_1(0, 0)$, $A_2(1, 0)$, $A_3(0, 2)$ を考える。点 A_i と直線 $l: y = ax + b$ との距離を L_i ($i = 1, 2, 3$) とおき

$$L = L_1 + L_2 + L_3$$

とおく。

(i) L を a, b を用いて表せ。

(ii) $a = -1$ のとき, L を b の関数と考えて, そのグラフをかけ。

(iii) a を固定して, L を b の関数と考えたときの L の最小値 $M(a)$ を求めよ。

(iv) L の最小値, および, そのときの a, b の値を求めよ。

(解答用紙は, Ⅲ を使用せよ)

医 Ⅲ