令和7年度入学試験問題

数　学

(前期日程)

	学部等	ページ	解答用紙枚数
1	工学部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】	1～ 6	5
2	医学部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】	7～12	5
3	教育学部(小主免理系・中主免理系) 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C】 または 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】	13～19	4
4	教育学部(小主免理系・中主免理系を除く) 農学部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C】	20～24	3

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，また解答用紙の指定された解答欄以外の場所に解答しても採点の対象とはされないので，十分注意すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手をあげて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

医　学　部

【数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】

注　意　事　項

1. 問題は，1，2，3，4 および5の5問ある。これら5問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 平面上の点Oを中心とする半径1の円の周をTとする。T上の3点A, B, Cを,

$$4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}=12\overrightarrow{AO}$$

を満たすようにとる。また，直線OCと直線ABの交点をPとし，直線OCとTの交点でCと異なるものをQとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{OC}$を，$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$の値を求めよ。

(3) 点Rが円周T上を動くとき，△PQRの面積Sの最大値を求めよ。また，Sが最大となるときの$\overrightarrow{OR}$を，$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表せ。

2 実数 x, y, z についての連立方程式

$$(*)\begin{cases} y+z=(x+z)e^{-x} \\ x+z=(y+z)e^{-y} \end{cases}$$

を考える。次の各問に答えよ。

(1) $x=y$ かつ $z=1$ のとき，$(*)$ を満たす x をすべて求めよ。

(2) $e^{x}+e^{-x}=4$ を満たす x をすべて求めよ。

(3) $x \neq y$ のとき，$(*)$ および $e^{x}+e^{-x}=4$ を満たす x, y, z の組をすべて求めよ。

3 1からmまでの自然数が1つずつ書かれたm枚のカードがある。

例：$m=5$の場合 $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}$

m枚のカードの中から無作為に1枚取り出し，書かれた数を確認した後に元に戻すという操作をn回繰り返す。k回目（$k=1, 2, \cdots, n$）に取り出したカードに書かれている数をN_k（$1 \leqq N_k \leqq m$）とする。ただし，どのカードの取り出され方も，同様に確からしいとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $m=2$，$n=2$のとき，$N_1 < N_2$となる確率を求めよ。

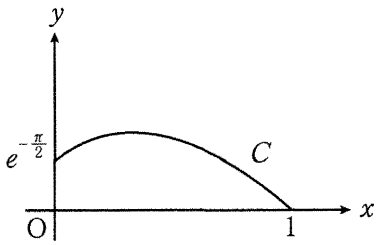
(2) $m=3$，$n=3$のとき，$N_1 \times N_2 < N_3$となる確率を求めよ。

(3) $m=5$，$n=4$のとき，$N_1 \times N_2 < N_3 \times N_4$となる確率を求めよ。

4 θ を媒介変数として，媒介変数表示

$$\begin{cases} x = e^{-\theta}\cos\theta \\ y = e^{-\theta}\sin\theta \end{cases} \quad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

の表す曲線を C とする。C の概形は右図のようになる。曲線 C 上に点Aを，Aにおける C の接線が x 軸と平行となるようにとる。このとき，次の各問に答えよ。



(1) 点Aの座標を求めよ。

(2) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t}\sin t\,dt$，$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t}\cos t\,dt$ とするとき，

$$J - I = e^{-\frac{\pi}{2}}$$

が成り立つことを示せ。

(3) 曲線 C と x 軸および直線OAで囲まれる部分の面積 S の値を求めよ。

5 次の各問に答えよ。

(1) すべての自然数 n に対して,

$$ {}_{n+1}\mathrm{C}_k = {}_n\mathrm{C}_k + {}_n\mathrm{C}_{k-1} \qquad (k = 1,\ 2,\cdots,\ n) $$

が成り立つことを示せ。

(2) すべての自然数 n に対して,

$$ \sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k {}_{n+1}\mathrm{C}_k = 0 $$

が成り立つことを示せ。

(3) すべての自然数 n に対して,

$$ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}\ {}_n\mathrm{C}_k $$

が成り立つことを示せ。