令和6年度入学試験問題

数　　学

（前　期　日　程）

	学　部　等	ページ	解答用紙枚数
1	工　学　部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	1～ 6	5
2	医　学　部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	7～12	5
3	教育学部（小主免理系・中主免理系） **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B】** または **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	13～18	4
4	教育学部（小主免理系・中主免理系を除く） 農　学　部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B】**	19～22	3

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，また解答用紙の指定された解答欄以外の場所に解答しても採点の対象とはされないので，十分注意すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

医　学　部

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B）

注　意　事　項

1. 問題は，1，2，3，4 および5の5問ある。これら5問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1　a，b，c を整数とし，

$$P = a + b + c$$
$$Q = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$
$$R = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

とおく。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　P が 3 の倍数ならば，Q は 3 の倍数となることを示せ。

(2)　Q が 3 の倍数ならば，P は 3 の倍数となることを示せ。

(3)　R が 3 の倍数ならば，R は 9 の倍数でもあることを示せ。

2　$0 \leqq \theta < \pi$ とする。$t = \cos\theta$ とするとき，次の各問に答えよ。

(1)　$\cos 4\theta$ を t の式で表せ。

(2)　$\cos 4\theta = \cos\theta$ を満たすような t の値をすべて求めよ。

(3)　$\sin^2 \dfrac{2}{5}\pi + \sin^2 \dfrac{4}{5}\pi$ の値を求めよ。

3 1辺の長さが1の正四面体OABCにおいて，△ABCの重心をG，線分BCを1：3に内分する点をDとする。また，直線AB上にあり，$\overrightarrow{GD} \perp \overrightarrow{GE}$を満たす点をEとする。このとき，$\vec{b} = \overrightarrow{AB}$，$\vec{c} = \overrightarrow{AC}$として，次の各問に答えよ。

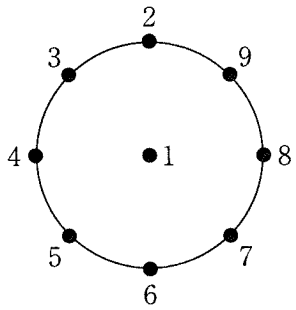
(1) $\overrightarrow{AG}$を$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{GD}$，$\overrightarrow{GE}$のそれぞれを，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。また，$|\overrightarrow{GD}|$，$|\overrightarrow{GE}|$の値をそれぞれ求めよ。

(3) $\overrightarrow{OG} \cdot \vec{b}$と$\overrightarrow{OG} \cdot \vec{c}$の値をそれぞれ求めよ。

(4) Pを平面ABC上の点とする。また，点Pは，直線GDで平面ABCを2つに分けたときに，点Eと同じ側にあるとする。△DGPの面積が1のとき，$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{GE}$の値を求めよ。

4 平面上に固定された円があり，円周上に点が8つ，円周を8等分するようにとられている。さらに，右図のように，番号1は円の中心を表し，番号2～9はそれぞれ，円周上の点を表すとする。1から9までの番号が1つずつ書かれた9枚のカードがあり，A，B，Cの3人が，司会者のもとで次のゲームを行う。



司会者は，9枚のカードから無作為に3枚をとってAに渡し，続いて，残り6枚のカードから無作為に3枚をとってBに渡し，続いて，残った3枚のカードをCに渡す。Aは，受け取ったカードに書かれた番号が表す3点のうちのどの2点も線分で結ぶ。BもCも，Aと同じことを行う。このようにして，3人それぞれが図形を作る。

このとき，次の各問に答えよ。

(1) Aの作る図形が三角形でない確率を求めよ。

(2) 3人の作る図形がいずれも三角形である確率を求めよ。

(3) このゲームを4回行ったとき，次の6つの条件①～⑥がすべて満たされるとする。ただし，$\boxed{1}$～$\boxed{9}$はそれぞれ，1～9の番号が書かれたカードを表す。

① ある回で誰かに線分で結ばれたことのある2点は，他のどの回においても誰にも結ばれない
② Aの作る図形は4回とも三角形ではない
③ 1回目に，Bは$\boxed{3}$を受け取る
④ 2回目に，Bは$\boxed{2}$と$\boxed{4}$を，Cは$\boxed{5}$と$\boxed{6}$を受け取る
⑤ 3回目に，Bは$\boxed{2}$と$\boxed{3}$を，Cは$\boxed{6}$と$\boxed{7}$を受け取る
⑥ 4回目に，Cは$\boxed{2}$と$\boxed{8}$を受け取る

このとき，A，B，Cのそれぞれが各回でどの番号のカードを受け取ったか答えよ。ただし，例えば，ある回でAが$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，Bが$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，Cが$\boxed{7}$，$\boxed{8}$，$\boxed{9}$を受け取ったときは，

A			B			C		
1	2	3	4	5	6	7	8	9

のように解答欄に記すとし，解答欄において番号の書かれていない部分のみを埋めよ。なお，受け取ったカードの組み合わせが正しければ，その番号の並び順は問わない。

5　関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}\log\dfrac{1+x}{1-x}$ $(-1<x<1)$ および座標平面上の曲線 $C: y=f(x)$ について，次の各問に答えよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(1)　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(2)　$\displaystyle\lim_{x\to -1+0} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x\to 1-0} f(x)$ を求めよ。

(3)　関数 $f(x)$ の増減，極値，曲線 C の凹凸，変曲点および漸近線を調べて，曲線 C の概形をかけ。

(4)　関係式 $y=f(x)$ について，x を y の式で表せ。また，$\dfrac{d}{dy}\left(\dfrac{1}{e^{y}+e^{-y}}\right)$ を求めよ。

(5)　曲線 C と x 軸，直線 $x=1$ および直線 $y=\alpha$ $(\alpha>0)$ で囲まれた部分を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を $V(\alpha)$ とする。このとき，$V(\alpha)$ および $\displaystyle\lim_{\alpha\to\infty} V(\alpha)$ を求めよ。