

奈良県立医科大学 後期

平成 30 年度

試験問題

理 科

(9時～12時)

【注意】

- 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中をみてはならない。
- 試験科目、ページ、解答用紙数および選択方法は下表のとおりである。

科 目	ペ ー ジ	解 答 用 紙 数	選 択 方 法
化 学	1～10	2 枚	左の3科目のうちから 2科目を選択せよ。
生 物	11～26	2 枚	
物 理	27～38	3 枚	

- 監督者の指示に従って、選択しない科目を含む全解答用紙(7枚)に受験番号と選択科目を記入せよ。
 - 受験番号欄に受験番号を記入せよ。
 - 選択科目記入欄に選択する2科目を○印で示せ。上記①、②の記入がないものおよび3科目を選択または1科目のみを選択した場合は答案全部を無効とする。
- 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ。
- 物理を選択するものは、必要な計算等を解答用紙中の計算用余白で行え。採点の参考にする。
- 試験開始後、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせよ。
- 解答用紙はいはずれのページも切り離してはならない。
- 解答用紙は持ち帰ってはならない。問題冊子は持ち帰ってよい。

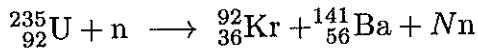
物 理

【1】 以下の の中に適當な数、式または記号を記入せよ。

ウラン(U)の同位体(アイソトープ)の1つにウラン235($^{235}_{92}\text{U}$)がある。元素記号の左上の数字は質量数、左下の数字は原子番号であり、ウラン235の中性子(n)の数は

個

である。このウラン235に低速の中性子を当てると、核分裂反応が起きて複数の中性子が放出される。このような反応は複数あり、例えば、



などである。ここで、 $N\text{n}$ は N 個の中性子を意味し、 N はこの反応で放出される中性子の数であり、

$N =$

である。放出された中性子は他のウラン235に当たり、さらに次の核分裂反応を誘発する。このような反応が連鎖的に起こるように設計されたものが原子炉である。

核分裂反応で放出される中性子は高速であり、中性子が高速のままでは次の核分裂反応はほとんど起こらない。連鎖的な核分裂反応を効率的に起こすには、中性子を減速させ低速にする必要があり、減速材として、水(H_2O)、重水(D_2O)、黒鉛(炭素C)が用いられる(水素の同位体 ^2H の原子を重水素と呼び、Dと表す)。

高速の中性子は水の中に含まれる水素の原子核、重水の中に含まれる重水素の原子核、炭素の原子核に衝突し、減速する。このとき、中性子の運動エネルギーは減少しており、ここでは、衝突の前後での中性子の運動エネルギーの比を減速効率としよう。以下では、異なる減速材での減速効率について考える。

I) 質量 m_1 [kg]の中性子がある方向に速度 v_1 [m/s]で放出され、減速材中にある質量 m_2 [kg]の原子核と衝突する。このとき、原子核は静止しており、中性子と原子核は一直線上で弾性衝突したとする。

衝突後のこの直線方向の中性子の速度を v'_1 [m/s], 原子核の速度を v'_2 [m/s] とすると, エネルギー保存則より;

$$(1 \cdot 3)$$

であり, 運動量保存則より,

$$(1 \cdot 4)$$

である((1・3)および(1・4)には, 関係式を記入する). これらから, 衝突後の中性子の速度 v'_1 は, m_1, m_2, v_1 を用いて,

$$v'_1 = \boxed{\quad} \quad (1 \cdot 5)$$

となり, 衝突後の中性子の運動エネルギー K'_1 [J] は, m_1, m_2, v_1 を用いて,

$$K'_1 = \boxed{\quad} \quad (1 \cdot 6)$$

となる. これより, 衝突前の中性子の運動エネルギーを K_1 [J] として, 衝突前後での中性子の運動エネルギーの比である減速効率 f は, m_1, m_2 を用いて,

$$f = \frac{K'_1}{K_1} = \boxed{\quad} \quad (1 \cdot 7)$$

となる. したがって, 減速効率 f を小さくするには, 減速材の原子核の質量は,

- (イ) 中性子の質量の半分に近い方
- (ロ) 中性子の質量に近い方
- (ハ) 中性子の質量の 2 倍に近い方
- (ニ) 中性子の質量に比べてはるかに重い方

のうち,

$$\boxed{\quad} \quad (1 \cdot 8)$$

が良いことが分かる((1・8)には, 選択肢の記号を記入する).

II) 一直線上での弾性衝突で、減速材として重水を用いた場合を考える。重水素の原子核の質量は中性子の質量の 2 倍、すなわち、 $m_2 = 2m_1$ として良く、重水の減速効率 f は、(1・7) より、

$$(1 \cdot 9)$$

となる((1・9)には、分数を記入する)。これより、具体的な例として、運動エネルギーが 1.0 MeV、すなわち、 1.0×10^6 eV の中性子が、重水素の原子核と一直線上での弾性衝突を繰り返して減速され、運動エネルギーが 0.025 eV 以下まで減少するには、最低

$$(1 \cdot 10)$$

回

の衝突をしなければならないことが分かる((1・10)には整数を記入する)。なお、必要なら、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ の数値を用いて良い。

次に、減速材として黒鉛を用いた場合を考える。炭素の原子核の質量は中性子の質量の 12 倍、すなわち、 $m_2 = 12m_1$ として良く、黒鉛の減速効率 f は

$$(1 \cdot 11)$$

となる((1・11)には、分数を記入する)。したがって、黒鉛では、重水の場合の具体例と同じく、中性子の運動エネルギーが 1.0 MeV から 0.025 eV 以下まで減少するには、重水の場合に比べておよそ

$$(1 \cdot 12)$$

倍

の衝突回数が必要となる((1・12)には、6, 60, 600 のうちから選び記入する)。

III) より現実的な実際の衝突では、I) で考えた様な一直線上での衝突はほとんど起こらず、衝突後の中性子と原子核は平面内で散乱される。図 1 のように、衝突前の中性子の運動方向を x 軸にとり、衝突後の中性子の散乱角を θ [rad], 原子核の散乱角を ϕ [rad] とする ($0 < \theta < \pi$, $0 < \phi < \pi$)。また、ここでは、 v_1, v'_1, v'_2 は、速度ではなく、速さとする。

中性子と原子核は弾性衝突したとすると、エネルギーの保存則は一直線上での衝突の場合の(1・3)と同じである。一方、運動量保存則は、 x 軸方向について、

$$(1 \cdot 13)$$

であり、 x 軸に垂直な y 軸方向について、

$$(1 \cdot 14)$$

である((1・13)および(1・14)には、関係式を記入する)。

ここで、減速材として水を用いた場合を考え、中性子が $\theta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ に散乱されたとする。水素の原子核の質量は中性子の質量と同じ、すなわち、 $m_2 = m_1$ として良く、この場合の減速効率 f は

$$f = \frac{K'_1}{K_1} =$$

である((1・15)には、分数を記入する)。

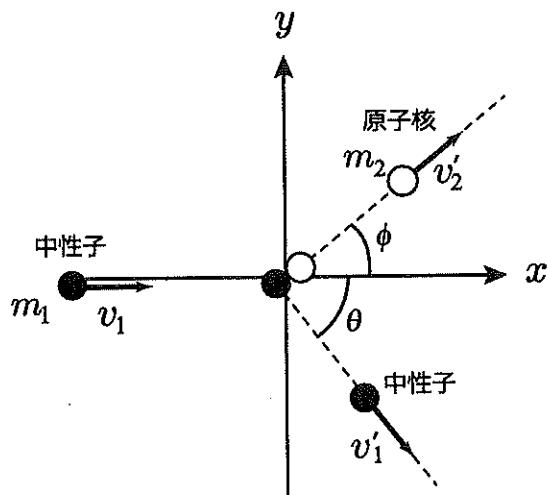


図1 平面内の衝突。

【2】以下の の中に適當な数、式または記号を記入せよ。

図2(a)のように、自転車の車輪に取り付けられた発電機がある。半径 a [m]の回転子が車輪の中心から r [m]の点に接しており、この回転子は車輪の側面上を滑ることなく回転するものとする。回転子には棒状の磁石がつながっており、回転子と磁石は同じ角速度で回転する。

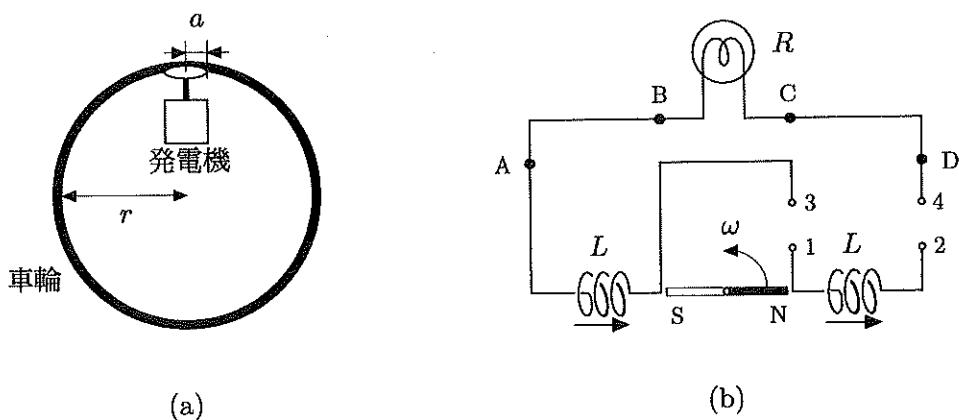


図2 自転車の車輪の発電機。

I) 図2(b)のように、磁石の左右には1つずつコイルが固定されており、これらのコイルはともに断面積 S [m²]、自己インダクタンス L [H]、同じ方向に N 回巻かれたものである。左右のコイル間の相互インダクタンスは無視して良い。

回転子が角速度 ω [rad/s]で回転しているとき、車輪の角速度は

$$(2 \cdot 1) \quad [\text{rad/s}]$$

である。時刻 t [s]に右のコイルを右矢印の方向に貫く磁束密度は $B_0 \cos \omega t$ [T]であり、左のコイルを右矢印の方向に貫く磁束密度も同じであることが分かった。ここで、変数 x の微小変化 Δx に対する三角関数の変化の割合は、 k を定数として、

$$\frac{\Delta \sin kx}{\Delta x} = k \cos kx, \quad \frac{\Delta \cos kx}{\Delta x} = -k \sin kx$$

であり、右のコイルに発生する誘導起電力は

$$(2 \cdot 2) \quad [\text{V}]$$

と表される((2・2)には、端子2を基準とした端子1の電位を記入する).

発電機の配線として正しいものは、

(イ) 端子1は端子3に (ロ) 端子1は端子4に

(ハ) 端子2は端子3に (ニ) 端子2は端子4に

のうち、

(2・3)

の接続である((2・3)には、選択肢の記号2つを記入する).

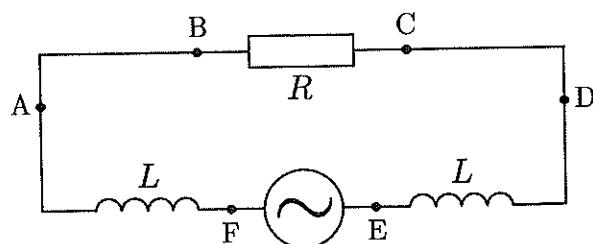


図3 等価回路.

II) 接続(2・3)を行った後、回転子を角速度 ω で回転させた。電球の抵抗は温度によらず一定で $R[\Omega]$ とし、コイルおよび導線の抵抗は無視できるものとする。

左右の2つのコイルに発生する誘導起電力を合計したものを1つの交流電源と見なすと、図2(b)の回路はこの交流電源、自己インダクタンス L のコイル2個、抵抗 R の抵抗を接続した図3の回路と等価である。図2(b)のA→B→C→Dの向きは、図3のA→B→C→Dの向きに対応するものとする。

図3の等価回路を考える。交流電源の電圧は時間の関数として、

(2・4)

[V]

と表される((2・4)には、図3の点Eを基準とした点Fの電位を記入する).

等価回路をA→B→C→Dの向きに流れる電流を $I_0 \sin(\omega t - \phi)[A]$ 、抵抗における電圧降下(点Cを基準とした点Bの電位)を $\alpha_R \cos \omega t + \beta_R \sin \omega t [V]$ とする

と $(-\pi/2 < \phi < \pi/2)$, 三角関数の公式

$$\sin(x - \phi) = -\sin \phi \cos x + \cos \phi \sin x, \quad \cos(x - \phi) = \cos \phi \cos x + \sin \phi \sin x$$

より,

$$\alpha_R = \boxed{ \quad (2 \cdot 5)}$$

$$\beta_R = \boxed{ \quad (2 \cdot 6)}$$

である. 一方, コイルでは,

- (イ) 電圧の位相が電流の位相より ϕ だけ進む
- (ロ) 電圧の位相が電流の位相より $\pi/2$ だけ進む
- (ハ) 電圧の位相が電流の位相より ϕ だけ遅れる
- (ニ) 電圧の位相が電流の位相より $\pi/2$ だけ遅れる

のうち,

$$\boxed{ \quad (2 \cdot 7)}$$

が成り立ち((2・7)には, 選択肢の記号1つを記入する), 左のコイルにおける電位差(点Aを基準とした点Fの電位)を $\alpha_L \cos \omega t + \beta_L \sin \omega t$ [V] とすると,

$$\alpha_L = \boxed{ \quad (2 \cdot 8)}$$

$$\beta_L = \boxed{ \quad (2 \cdot 9)}$$

である.

ここで, $\cos \omega t, \sin \omega t$ の係数を比較することにより,

$$\tan \phi = \boxed{ \quad (2 \cdot 10)}$$

$$I_0 = \boxed{ \quad (2 \cdot 11)}$$

である。

III) 角速度 $\omega \rightarrow \infty$ の極限を計算すると,

$$I_0 \rightarrow \boxed{(2 \cdot 12)}$$

となり,

$$\phi \rightarrow \boxed{(2 \cdot 13)}$$

が分かる。また、このとき回路で消費される電力の平均値は

$$\boxed{(2 \cdot 14)} \quad [W]$$

と計算される。

これらの計算結果より、自転車の速度が非常に大きくなったとき、コイルに発生する誘導起電力とともに、

- (イ) 回路を流れる電流
- (ロ) コイルに発生する逆起電力
- (ハ) 電球に発生するジュール熱

のうち、

$$\boxed{(2 \cdot 15a)}$$

は大きくなり、

- (二) 電球はより明るさを増す
- (ホ) 電球はある明るさより明るくならない
- (ヘ) 電球は徐々に暗くなる

のうち、

$$\boxed{(2 \cdot 15b)}$$

ことが予想される(選択肢の記号を(2・15a)および(2・15b)から各1つ選択し、解答欄の(2・15)には、選択肢の記号2つを記入する)。

【3】以下の [] の中に適当な数または式を記入せよ。計算は表および文中に与えられた数値と、必要なら、 $\pi \approx 3.1$, $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$ の数値を用いて行い、-1.2 あるいは 3.4×10^{-5} のように、有効数字 2 桁で答えよ。

回折格子は多数のスリットを平行に等間隔で並べたものであり、隣り合うスリットの間隔を格子定数という。回折格子を用いた分光器を利用して、光电効果の実験を行い、測定結果からプランク定数の値を求めてみよう。

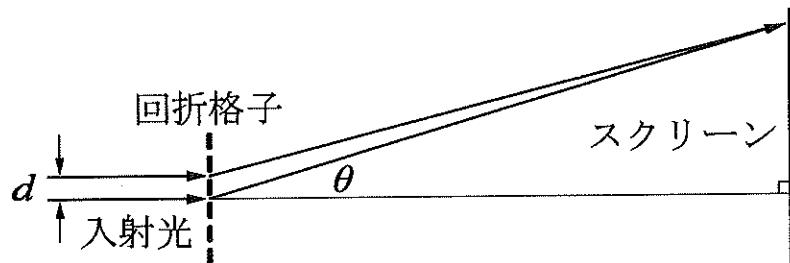


図4 回折格子。

I) 図4のように、波長 λ [m] の単色光の光源からの平行光線を回折格子の面に対して垂直に入射させる。回折格子から十分に遠方にあるスクリーンには明線が現れるが、入射光と角 θ [rad] をなす方向に明線が現れる条件は、回折格子の格子定数を d [m], m を整数 ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) として、

$$(3 \cdot 1) \quad d = m\lambda$$

である。ここで、スクリーンの範囲は $|\theta| < \frac{\pi}{6}$ に限られている。

次に、波長が λ_1 [m] から λ_2 [m] まで連続している光源からの平行光線を回折格子の面に対して垂直に入射させる ($\lambda_1 < \lambda_2$)。スクリーンには虹のように様々な色に分かれた連続スペクトルが現れるが、 $m = 1$ と $m = 2$ の連続スペクトルは分離しており、連続スペクトルの色の分布の様子は $m = 1$ と $m = 2$ で変わらない。これらより、 λ_1, λ_2 の間には、

$$(3 \cdot 2)$$

の関係があることが分かる((3・2)には、関係式を記入する)。また、スクリーンの範囲を考えると、 d については、

$$d > \boxed{(3 \cdot 3)}$$

と考えられる。

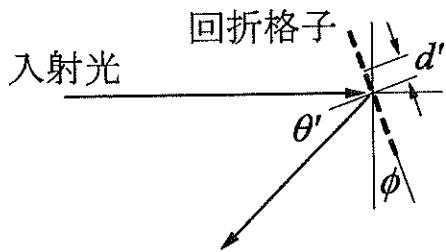


図 5 反射型の回折格子。

II) 図 5 のように、格子定数 d' [m] の反射型の回折格子を角 ϕ [rad] だけ回転させ、波長 λ の単色光の光源からの平行光線を回折格子の面に対して入射角 ϕ で入射させる。回折格子のスリットでの回折光により、入射光と角 θ' [rad] をなす方向に明線が得られる条件は、整数 m を用いて、

$$\boxed{(3 \cdot 4)} = m\lambda$$

である。

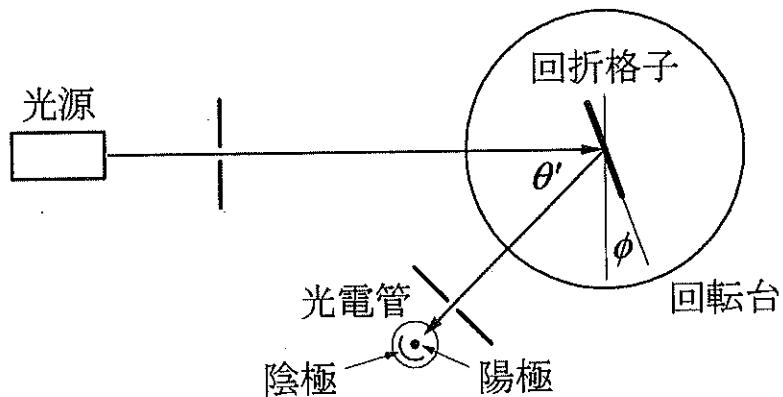


図 6 プランク定数の測定装置。

図6のように、波長が λ_1 から λ_2 まで連続している光源からの平行光線を格子定数 d' の反射型の回折格子を用いて分光する。この測定装置では、回折格子は回転台上に固定され、 θ' は $\frac{\pi}{4}$ で一定である。回転台および回折格子の回転角は入射角 ϕ に等しく、 ϕ を変えると、(3・4)の式で $m = 1$ あるいは $m = -1$ として得られる波長 λ の光が光電管に入射するようになっている。

表1は測定結果であり、回転角 ϕ と波長 λ の測定値より、格子定数 d' の値は

$$(3 \cdot 5) \quad m$$

と推測できる((3・5)には、有効数字2桁の数値を記入する)。

また、波長 λ と振動数 ν [Hz]の関係は光速 c [m/s]から得られ、表1の振動数 ν の単位は $\times 10^x$ Hz としているが、 $c \approx 3.0 \times 10^8$ m/s であり、 x の値は

$$(3 \cdot 6)$$

である((3・6)には、数を記入する)。

III) 光が光電管に入射し、その陰極に当たると、光電効果により電子が飛び出し、この電子が光電管の陽極に達することで、電流が流れる。この電流を光電管の陽極と陰極間の電圧を変えて測定すると、プランク定数 h [J·s]の値を求めることができる。ただし、電子の電荷を $-e$ [C]とし、 $e \approx 1.6 \times 10^{-19}$ C の値を用いる。また、光電管の陽極と陰極は同じ金属であり、その仕事関数を W [J]とする。

陽極と陰極の電位が等しいとき、振動数 ν の光が光電管に入射したとすると、陰極から飛び出す電子の運動エネルギーの最大値 K_0 [J]は、 ν を用いて、

$$K_0 = \boxed{(3 \cdot 7)}$$

である。ここで、陰極の電位に対して陽極の電位を負にして下げてゆくと、陰極から飛び出す電子の運動エネルギーは小さくなり、やがて電流は流れなくなる。このときの陽極と陰極間の電圧の絶対値を阻止電圧 V_0 [V]とすると、 K_0 を用いて、

$$V_0 = \boxed{(3 \cdot 8)}$$

である。

これら(3・7)と(3・8)の式と表1の振動数 ν と阻止電圧 V_0 の測定値などより、プランク定数 h の値は

$$(3 \cdot 9)$$

J·s

と計算され、さらに、仕事関数 W の値は

$$(3 \cdot 10)$$

J

と計算される((3・9)および(3・10)には、有効数字2桁の数値を記入する)。

さて、この測定装置では、波長が λ_1 から λ_2 まで連続している光源を用いてい
る。したがって、阻止電圧を測定し、プランク定数の値を求めることが可能な
は、光電管の仕事関数 W が条件

$$(3 \cdot 11)$$

を満たす場合である((3・11)には、関係式を記入する)。

表1 回転角 ϕ 、波長 λ 、振動数 ν および阻止電圧 V_0 の測定値。

ϕ [rad]	0.000	0.068	0.094	0.135
λ [$\times 10^{-7}$ m]	6.00	5.00	4.62	4.00
ν [$\times 10^x$ Hz]	5.00	6.00	6.50	7.50
V_0 [V]	0.30	0.70	0.90	1.30