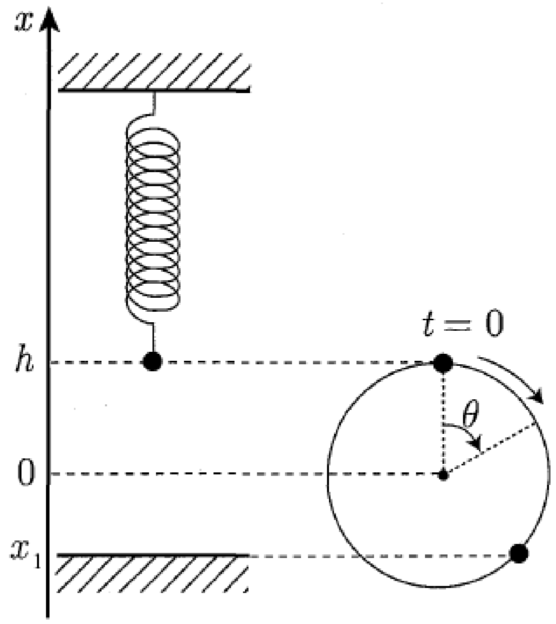
物　理　問　題

（解答はすべて物理解答用紙に記入すること）

〔1〕 天井からバネ定数kのバネによって質量mの小球がつり下げられている。鉛直上向きをx軸の正の向きとし，小球に働く重力と弾性力がつり合う位置を原点 ($x = 0$)，床の位置を$x = x_1$とする。図のように，小球を$x = h$ ($h > 0$) まで鉛直上向きに持ち上げ，時刻$t = 0$に静かに手をはなしたときの小球の運動について考える。以下の問に答えよ。重力加速度の大きさをgとし，空気の抵抗およびバネの重さは無視できるものとする。



I. $x_1 < -h$のとき，小球は床と衝突せず単振動をする。

問 1 単振動の周期Tを，m，kを用いて表せ。

II. 次に，床の位置x_1が$-h < x_1 < 0$であり，小球が床と弾性衝突する場合について考える。

問 2 小球の位置xを時刻tの関数として図示せよ。なお，解答用紙のグラフに示してある曲線は，床が存在しない場合の小球の運動を表している。

問 3 以下の文章中の空欄にふさわしい式を解答欄に記入せよ。ただし，各式は各欄に記載した文字のうち必要なものを用いて表せ。

小球は一定の時間間隔 Δt で床と衝突を繰り返す。小球が最初に床と衝突する時刻を $t = t_1$ とすると，時間間隔は $\Delta t =$ $\boxed{(1)\quad t_1, T}$ となる。

ここで，小球の運動を図のように半径 h，周期 T の時計回りの等速円運動と対応させて考えてみる。時刻 $t = 0$ における円運動の回転角を $\theta = 0$ とすると，小球が初めて床と衝突する時刻 $t = t_1$ での回転角 θ_1 〔rad〕は $\theta_1 =$ $\boxed{(2)\quad t_1, T}$ $=$ $\boxed{(3)\quad T, \Delta t}$ である。したがって，Δt は，$\cos$ $\boxed{(3)}$ $=$ $\boxed{(4)\quad h, x_1}$ の関係を満たすことがわかる。

Ⅲ. 次に，床の位置 x_1 はⅡと同じであるが，小球と床との衝突が非弾性衝突である場合について考える。ただし，小球と床の反発係数を e $(0 < e < 1)$ とする。

問 4 以下の文章中の空欄（1）と（2）にふさわしい式を解答欄に記入せよ。各式は，各欄に記載した文字のうち必要なものを用いて表せ。また，(3) は正しいものを選べ。

時刻 $t = t_1$ に，小球が床と初めて衝突する直前の小球の速さ v_0 は，$v_0 =$ $\boxed{(1)\quad m, k, h, x_1}$ である。床と衝突した後，小球は位置 $h_1 =$ $\boxed{(2)\quad v_0, e, m, k, x_1}$ まで到達し，再び落下して床と衝突する。Ⅱで考えた，小球と床が弾性衝突する場合の衝突の時間間隔 Δt と比較すると，小球が初めて床と衝突してから次に床と衝突するまでの時間間隔は $\boxed{\text{(3) 長くなる，変化しない，短くなる}}$ 。

問 5 小球は床と衝突を繰り返す。n 回目の衝突直後の小球の速度 v_n と，その後 $(n+1)$ 回目に衝突するまでに到達する最高点の位置 h_n を，v_0, e, m, k, x_1, n のうち必要なものを用いて表せ。

問 6 小球が十分多数回床と衝突を繰り返した後，小球はどのような運動をしているか述べよ。

問 7 $t = 0$ から問6の運動になるまでに失った力学的エネルギーの大きさを求めよ。

〔**2**〕 ロの字型の鉄心に導線を巻き付けたコイルに関して考察しよう。

I. 図1に示すような電気回路を考える。コイル1は鉄心に導線を n_1 回巻き付けて製作されている。コイル1の内部抵抗を r として，図1の電気回路ではわかりやすいようにコイル1のとなりに分けて描いてある。電池の起電力を E，コイル1と並列に接続した抵抗の抵抗値を R とする。

磁束が鉄心の外に漏れることはないとする。この場合，鉄心中をつらぬく磁束は鉄心に巻かれたすべてのコイルからの寄与の総和となる。磁場 (磁界) は図1の矢印の向きを正とする。また，正の向きに磁場を発生させるためにコイルに流す電流の向きを正とする。

図1と同じ鉄心にコイルを1回だけ巻いて電流 I_0 を流すと，鉄心中に L_0I_0 の磁束が生じた。ここで，L_0 はこの1巻きコイルの自己インダクタンスである。また，鉄心中の磁束が Δt の間に $\Delta\Phi$ だけ変化したときに，この1巻きコイルに生じる誘導起電力は $-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ であった。

電池の内部抵抗は無視できるとして，以下の問に答えよ。

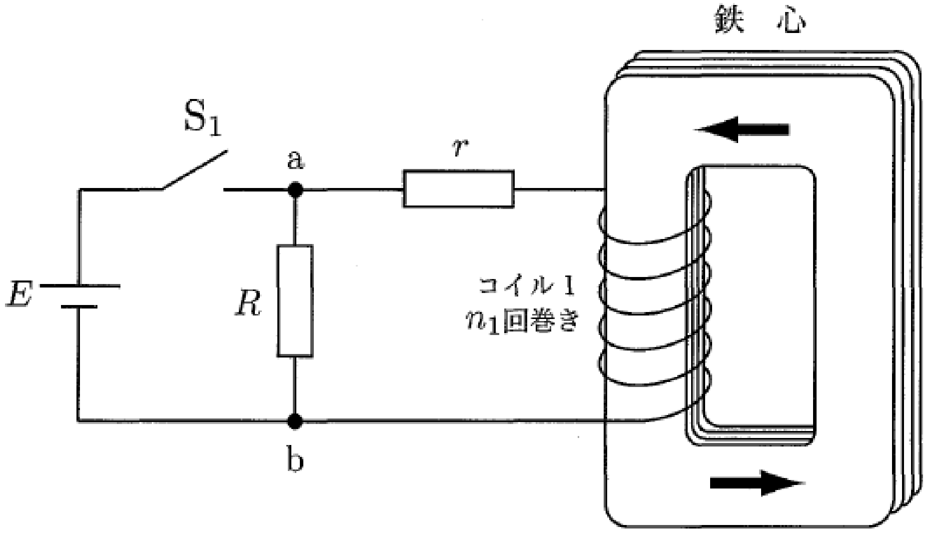


図1

問 1　コイル1に電流 I_1 を流したときに鉄心中に生じる磁束を，L_0，n_1，I_1 を用いて表せ。

問 2　コイル1の自己インダクタンスを，L_0，n_1 を用いて表せ。

問 3　最初スイッチ S_1 を開いておき，時刻 T_0 で S_1 を閉じた。S_1 を閉じた直後にコイル1に生じる誘導起電力を，E，r，R，L_0，n_1 のうち必要なものを用いて表せ。

問 4　時刻 T_0 から十分時間が経過した後に鉄心中をつらぬいている磁束を，E，r，R，L_0，n_1 のうち必要なものを用いて表せ。

問 5　時刻 T_0 から十分時間が経過した時刻 T_1 に S_1 を再び開いた。S_1 を開いた直後の，図中bを基準にしたaの電位を，E，r，R，L_0，n_1 のうち必要なものを用いて表せ。

問 6　図中bを基準にしたaの電位の時間変化のおおよそのようすを描け。ただし $R = 3r$ とせよ。解答用紙のグラフの横軸にはあらかじめ時刻 T_0 と T_1 を示してある。また，時刻 T_2 は十分大きく，この時刻では電圧はほぼ一定値に落ち着いているとせよ。

Ⅱ. 次に図 2 に示すように，図 1 の回路に加えて鉄心に導線を n_2 回巻き付けたコイル 2 と電流計，スイッチ S_2 を接続した。コイル 2 の導線や電流計の内部抵抗は無視できるほど小さいので以下ではゼロとする。以下の文章中の空欄に，各空欄中に指示した記号の中から必要なものを用いた適切な数式または数字を書き入れよ。

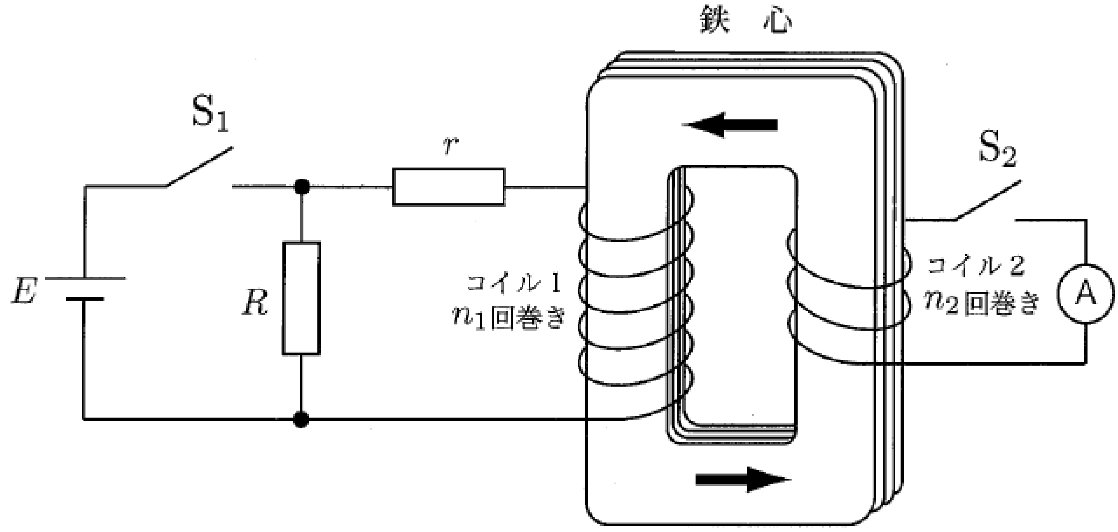


図 2

コイル 1 の電流が時間 Δt の間に ΔI_1 だけ変化すると，それにともなって鉄心中の磁束が時間変化するためコイル 2 には誘導起電力

| (7) [L_0，n_1，n_2，ΔI_1，Δt] | が発生する。

ところで，鉄心中をつらぬく磁束は鉄心に巻かれたすべてのコイルからの寄与の総和なので，コイル 1 に流れる電流 I_1 とコイル 2 に流れる電流 I_2 がともに変化する場合には，鉄心中の全磁束の変化量 $\Delta\Phi$ はコイル 1 に流れる電流 I_1 の変化による磁束の変化量とコイル 2 に流れる電流 I_2 の変化 (ΔI_2) による磁束の変化量の和となる。このことから，コイル 1 に流れる電流 I_1 とコイル 2 に流れる電流 I_2 がともに変化する場合にコイル 2 に生じる誘導起電力は，| (8) [L_0，n_1，n_2，ΔI_1，ΔI_2，Δt] | と表すことが

できる。同様にして，ΔI_1 と ΔI_2 によってコイル 1 に生じる誘導起電力は，$\boxed{(9)\ [L_0,\ n_1,\ n_2,\ \Delta I_1,\ \Delta I_2,\ \Delta t]}$ と表すことができる。

さてここで，スイッチ S_2 を閉じた状態を考察してみよう。コイル 2 の回路の抵抗はゼロなので，キルヒホッフの第 2 法則よりコイル 2 に生じる誘導起電力はゼロでなければならない。このことと，式 (8)，(9) を用いると，コイル 1 の誘導起電力は $\boxed{(10)\ [L_0,\ n_1,\ n_2,\ \Delta I_1,\ \Delta t]}$ となる。このときの磁束の変化は，$\Delta \Phi = \boxed{(11)\ [L_0,\ n_1,\ n_2,\ \Delta I_1]}$ となっている。

したがって，スイッチ S_2 を閉じた状態で，最初開いていたスイッチ S_1 を閉じた直後にコイル 1 に流れる電流は，$I_1 = \boxed{(12)\ [E,\ r,\ R,\ L_0,\ n_1,\ n_2]}$ となる。このとき，コイル 2 を流れる電流を電流計で測定すると，$I_2 = \boxed{(13)\ [n_1,\ n_2]} \times I_1$ となっている。ただし，スイッチ S_1 を閉じる直前のコイル 2 には電流は流れていなかったとする。

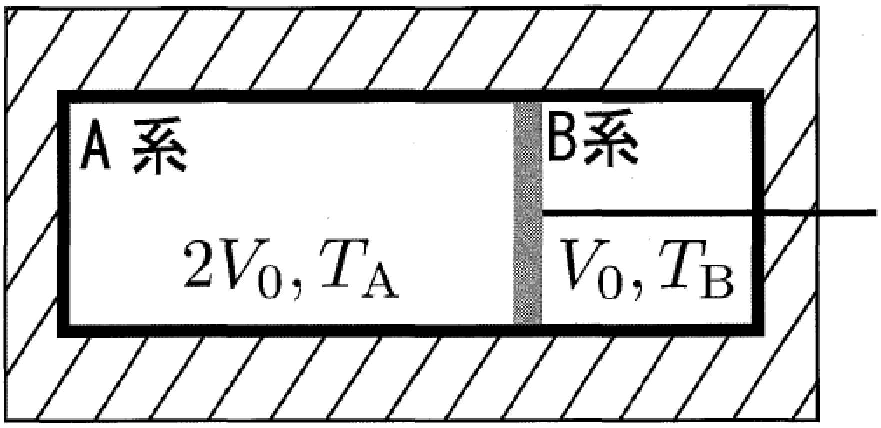
〔**3**〕 図のように，外部と熱の出入りがないように周囲を断熱材で囲んだシリンダーがあり，外部から支えることができるように棒がとりつけられたピストンで，シリンダーの内部が区切られている。ピストンは短い時間では熱を通さないとみなすことができる。またピストンを支える棒は熱を通さない。ピストンとそれを支える棒，およびシリンダーの熱容量は無視できる。さらにピストンとシリンダーの間の摩擦はないものとする。

ピストンによって分けられたシリンダー内部の右と左の部分に，それぞれ 1 mol の単原子分子理想気体が入っている。以下，左の部分をＡ系，右の部分をＢ系と呼ぶ。単原子分子理想気体の定積モル比熱を C_V，気体定数を R とする。また，温度はすべて絶対温度とする。

最初，Ａ系の体積が $2V_0$，Ｂ系の体積が V_0，また温度がそれぞれ T_A，T_B であり，ピストンは何の支えもなく静止していた。これを初期状態と呼ぶことにする。

問 1 T_A と T_B の間に成り立つ関係式を求めよ。

初期状態から，Ａ系とＢ系の温度と圧力が等しくなるような状態への変化の過程を，次のⅠとⅡの場合について考えてみよう。



〔Ⅰ の場合〕

初期状態からピストンを通してゆっくりと熱が移動し，A 系と B 系の温度と圧力が等しい状態に達した。このとき B 系の体積が V_1，温度が T_1 となった。

問 2 V_1 を V_0 を用いて表せ。

問 3 T_1 を T_B を用いて表せ。

〔Ⅱ の場合〕

初期状態でピストンを固定した。この状態からピストンを通してゆっくりと熱が移動し，A 系と B 系の温度が等しい状態に達した。このとき温度が T_2 となった。

問 4 T_2 を T_B を用いて表せ。

問 5 この変化の過程で A 系から B 系に移動した熱量を C_V，T_B を用いて表せ。

この状態は A 系と B 系の温度は同じであるが，圧力は異なる。ここで手でピストンを支えながら固定を解き，A 系と B 系が同じ圧力になるまでピストンを支えながら単調に動かし，単原子分子理想気体を断熱変化させた。このとき B 系の体積が V_3，圧力が p_3 となった。また，単原子分子理想気体の断熱変化に対して，圧力 p および体積 V の間には，$pV^{\frac{5}{3}}$ = 一定 という関係が成立する。

問 6 p_3 を，R，T_2，V_0，V_3 を用いて表せ。

問 7 V_3 を V_0 を用いて表せ。必要であれば $2^{\frac{1}{5}}$ を α，$3^{\frac{1}{5}}$ を β として用いてもよい。

これで圧力がつり合ったので手の支えをはなす。しかしこの状態は温度が異なる。この状態からピストンを通してゆっくりと熱が移動し，A系とB系の温度と圧力が等しい状態に達した。このとき温度が T_4 となった。

問 8 Ⅰの場合に問3で求めた温度 T_1 と，Ⅱの場合の温度 T_4 は，どちらが高いか，または同じか。以下より適当なものを選び，解答欄にその記号を記入せよ。また，その理由も簡潔に述べよ。

ア．　$T_1 > T_4$　　イ．　$T_1 = T_4$　　ウ．　$T_1 < T_4$