

平成 19 年度
前期日程
理科問題

〔注 意〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 問題冊子は、物理、化学、生物の順序で1冊にまとめてある。

問題は $\left\{ \begin{array}{l} \text{物理} \quad 2 \text{ ページから } 9 \text{ ページ} \\ \text{化学} \quad 10 \text{ ページから } 16 \text{ ページ} \\ \text{生物} \quad 17 \text{ ページから } 27 \text{ ページ} \end{array} \right\}$ にある。

ページの脱落があれば直ちに申し出ること。

3. 解答用紙は、物理3枚、化学4枚、生物4枚と一緒に折り込まれている。受験する科目の解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
4. 受験番号は、受験する科目の解答用紙の受験番号欄に1枚ずつ正確に記入すること。
5. 解答は、1ページの「理科の解答についての注意」の指示に従い、解答用紙の指定されたところに記入すること。
6. 問題冊子の余白は、適宜下書きに使用してもよい。
7. 配付した解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子は持ち帰ること。

「理科の解答についての注意」

理学部志願者

- 数学科，化学科，生物科学科を志望する者は，物理，化学，生物の3科目のうちから2科目を選んで解答すること。
- 物理学科を志望する者は，物理を必須科目とし，そのほかに化学または生物のうちから1科目を選んで解答すること(計2科目)。

医学部医学科・医学部保健学科(放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部志願者

物理，化学，生物の3科目のうちから2科目を選んで解答すること。

医学部保健学科(看護学専攻)志願者

物理，化学，生物の3科目のうちから1科目を選んで解答すること。

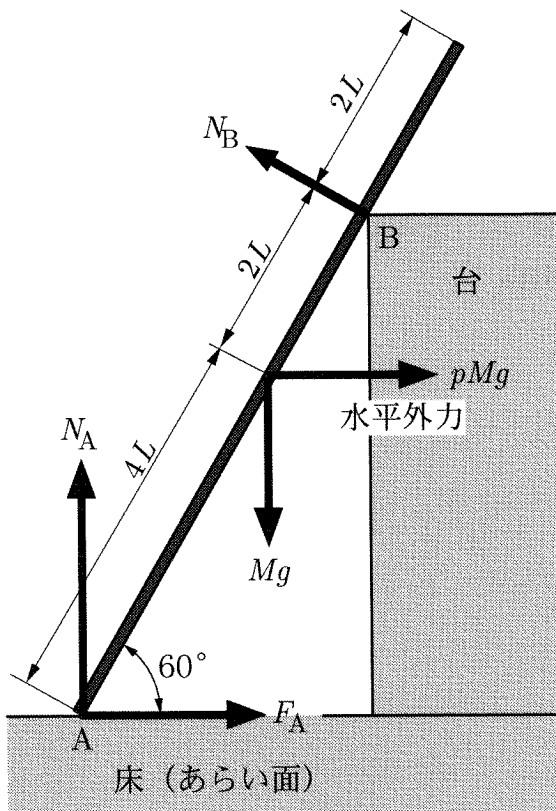
工学部・基礎工学部志願者

物理を必須科目とし，そのほかに化学または生物のうちから1科目を選んで解答すること(計2科目)。

物 理 問 題

(解答はすべて物理解答用紙に記入すること)

- [1] 図のように、長さ $8L$ 、質量 M の細く一様な剛体棒が、水平な床の上に床と角度 60° となるように置かれ、上端から $2L$ の位置で台のカドと接するように立てかけてある。台のカドはなめらかで、棒との間に摩擦力は働かない。床面はあらく、棒との間に摩擦力が働く。棒が床面に接する点を A とし、A において棒が床から受ける垂直抗力の大きさを N_A 、摩擦力を F_A とする。また、棒が台のカドと接する点を B とし、棒に垂直な方向に働く B における抗力の大きさを N_B とする。 F_A の正の向きは図に示す矢印の向きとする。また、棒と床面の間の静止摩擦係数を μ 、重力加速度を g とする。棒の中心には重力 Mg が働く。



I. 水平な外力を棒の中心に加えたところ、棒は静止したままであった。ただし、水平外力の大きさは棒の重さの p 倍 (pMg) とし、右向きに働くときに $p > 0$ とする。

問 1 棒に働く力の、点 A のまわりのモーメントのつりあいより、 N_B を、 M 、 L 、 g 、 p のうちの必要なものを用いて表せ。

問 2 棒に働く力のつりあいより、 N_A を、 M 、 L 、 g 、 p のうちの必要なものを用いて表せ。

問 3 棒に働く力のつりあいより、 F_A を、 M 、 L 、 g 、 p のうちの必要なものを用いて表せ。

問 4 $p = 0$ のときに棒が静止しているための μ の範囲を求めよ。

II. 次に、棒が動かないように手で支えてから、棒の中心に水平外力を加えた。手を棒から離すと、水平外力 (pMg) と静止摩擦係数 (μ) の大きさに応じて、棒は静止したままか運動を始めるかのいずれかである。棒が静止したままであるためには、次の 3 つの条件が同時に満たされなければならない。

(条件 a) 台のカド (点 B) から棒が離れない。

(条件 b) 床から棒が離れない。

(条件 c) 床に接する棒の端部が左にも右にもすべらない。

今の場合、条件 b は、条件 c が満たされているときには、必ず満たされている。

問 5 左向きの大きな水平外力 ($p < 0$) を加えたときに、条件 a が破れてしまう。条件 a が満たされるための、 p の範囲を求めよ。

問 6 床の静止摩擦係数が小さいときに条件 c が破れてしまう。棒の下端が左にすべらないために μ 、 N_A 、 F_A が満たすべき条件式を適当に式変

形すると、 p と μ の間の関係式として次のように表せる。(1), (2), (3) に適当な数を入れよ。

$$\mu p + \boxed{\text{(1)}} p + \boxed{\text{(2)}} \mu + \boxed{\text{(3)}} \leq 0$$

問 7 同様にして、棒の下端が右にすべらないために p と μ が満たすべき条件は次式で表せる。(4), (5), (6) に適当な数を入れよ。

$$\mu p + \boxed{\text{(4)}} p + \boxed{\text{(5)}} \mu + \boxed{\text{(6)}} \leq 0$$

問 8 条件 a, b, c が同時に満たされて棒が静止したままであるために p と μ が満たすべき領域を、解答用紙のグラフに斜線で示せ。ただし、グラフに記した直線や曲線のうち、必要なものを使うこと。さらに、グラフ中の p_0 の値も答えよ。なお、 $\mu p + \alpha p + \beta \mu + \gamma = 0$ なる式は、 $\mu = \frac{\alpha\beta - \gamma}{p + \beta} - \alpha$ と変形される。この式は $p = -\beta$ と、 $\mu = -\alpha$ を漸近線とする双曲線を表す。グラフ中の曲線はいずれも問 6, 問 7 の条件に対応する双曲線の一部になっている。

〔2〕 磁束密度の大きさ B の一様な磁場（磁界）が、鉛直下向きにかけられている。重力加速度を g として、以下の問に答えよ。

図1のように、十分に広いなめらかな水平面上に (x, y) 座標が設定されている。 z 軸は平面に垂直上向きとする。この水平面上では、質量 m で電荷 e ($e > 0$) の質点（小物体）は、磁場によるローレンツ力を受けて周期 $\frac{2\pi m}{eB}$ の等速円運動をする。

問 1 質点の速度の x 成分, y 成分がそれぞれ v_x, v_y , 加速度の x 成分, y 成分がそれぞれ a_x, a_y であるとき, ma_x, ma_y をそれぞれ求めよ。速度と加速度は, x, y の正の向きをそれぞれ正の向きとする。

次に、図2のように、この平面を y 軸が水平面と角度 θ をなすように傾けた。 x 軸は水平をたもち、 y 軸は斜め上方を向いている。 z 軸は平面に垂直上向きとする。磁場の大きさ, 方向は変わらないので、磁場の y 成分は $-B \sin \theta$, z 成分は $-B \cos \theta$ となる。

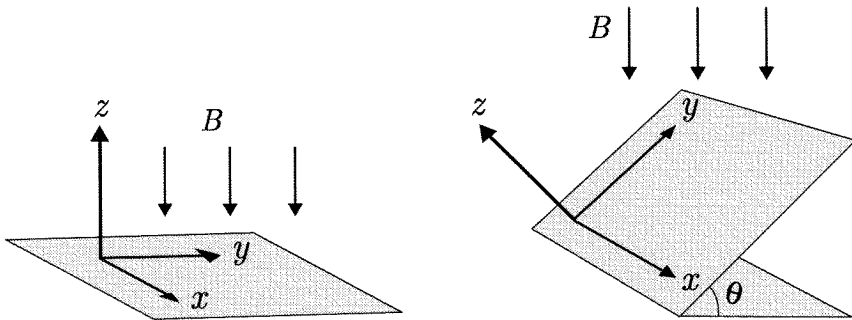


図1

図2

この質点が斜面から離れずに運動するときについて考える。斜面上を運動する質点の速度の x 成分, y 成分をそれぞれ v_x, v_y , 質点の加速度の x 成分, y 成分をそれぞれ a_x, a_y とする。速度と加速度は, x, y の正の向きをそれぞれ正の向きとする。

問 2 この質点に斜面から働く垂直抗力を求めよ。

問 3 ma_x , ma_y をそれぞれ求めよ。

問 4 質点を原点から、 x の正の向きにある速さ v_0 で打ち出すと、質点は等速直線運動をおこなった。 v_0 を求めよ。

問 4 で得られた一定値 v_0 を用いて、質点の速度の x 成分、 y 成分をそれぞれ $v_x = v_0 + w_x$, $v_y = w_y$ と書き表そう。これを問 3 で得られた運動方程式に代入して得られる、 w_x と w_y が満たす方程式と、問 1 で得られた運動方程式を比べてみよう。 w_x , w_y の時間に対する変化の仕方は、 v_x , v_y の時間に対する変化の仕方と同様であることから、 w_x , w_y は等速円運動をする質点の速度と同じふるまい（時間変化）をするであろう。これにより、この斜面上の質点の運動は、「速さ v_0 で等速直線運動をする中心」の周りの等速円運動であることがわかる。したがって、 $\sqrt{w_x^2 + w_y^2}$ は一定である。以下の問では v_0 を用いて答えてもよい。

質点を原点から、 x の正の向きにある速さ v_1 で打ち出した。すると、質点は斜面を離れずに原点よりも高い位置 ($y \geq 0$) を運動した。

問 5 質点が最も高い位置 (y 座標が最大となる位置) に来た時の速度の x 成分 v_x の値を求めよ。

問 6 原点から打ち出した質点が最初に到達する最も高い位置の x 座標、 y 座標を、導出方法の概略を記して求めよ。また、原点からその位置に達する間に、磁場によるローレンツ力が質点にした仕事、重力が質点にした仕事をそれぞれ求めよ。

[3] 圧力 P_0 [Pa] の大気中に、密度 ρ [kg/m³] の、蒸発が無視できる液体が入った大きな水槽がある。この水槽からピストン付きシリンダーを用いて液体をくみ上げることを考える。

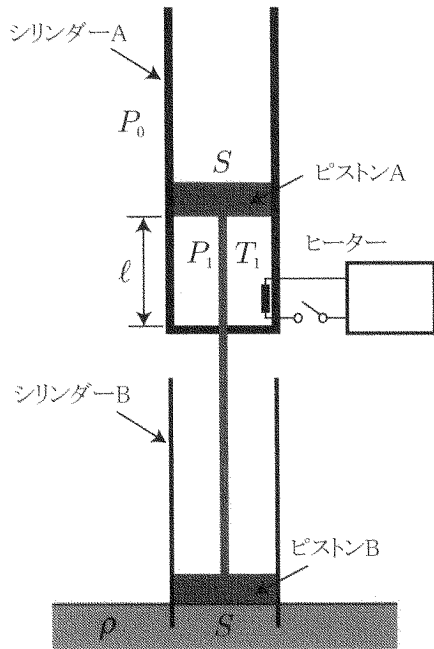


図 1 (状態 I)

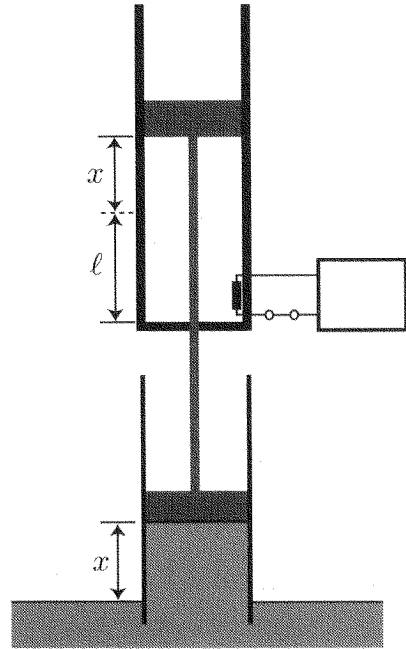


図 2

空間に固定された円筒形の 2 つのシリンダー A, B があり、それらの中心軸は同一鉛直線上にある。シリンダー A, B には、それぞれ断面積 S [m²] のピストン A, B が取り付けられており、ピストン同士は連結棒によってつながれている。シリンダー A 内には物質質量 n [mol] の単原子分子理想気体が入っている。シリンダー A 内にはヒーターがあり、シリンダー A 内の気体を加熱できる。ピストン A, B と連結棒は、シリンダーとピストンの間およびシリンダー A と連結棒の間の気密を保ちながらめらかに動く。ピストンと連結棒の質量は無視できるものとする。また、シリンダー A とピストン A は

断熱材でできており、ヒーターの体積と熱容量および連結棒の断面積、体積と熱容量は無視できるものとする。重力加速度を g [m/s²], 気体定数を R [J/mol·K] とする。

以下の文章中の (1) から (10) までの欄の中に、ふさわしい数式を入れて文章を完成せよ。ただし、文字が記入されている欄には、それらの文字のうち必要なものを用いよ。(11) は解答用紙にグラフを描け。

はじめ、シリンダー B の一部は水槽内の液体の中に浸されており、ピストン B の下面は液体に接している。液面の高さは、シリンダー B の内側と外側で同じである。このとき、シリンダー A の底面とピストン A の下面との距離は l [m] である。この最初の状態を状態 I (図 1) とよぶ。状態 I の気体の圧力を P_1 [Pa], 絶対温度を T_1 [K] とすると、 $n =$ と表される。同じ深さでは液体の圧力は等しいので、連結されたピストン A, B に働く力のつりあいから、 $P_1 =$ となる。

つぎに、ヒーターのスイッチを入れ、シリンダー A 内の気体をゆっくり加熱すると、ピストンはゆっくり上昇する。このとき液体がくみ上げられるが、水槽は十分大きいので、シリンダー B の外側の液面の高さの変化は無視できるものとする。以下、ピストン A, B の初期位置 (状態 I) からの上向きの移動距離を x [m] とする (図 2)。

ピストン B が状態 I の位置から少しだけ上昇し、 $x = x_2$ [m] となった。この状態を状態 II とする。このときピストン B の下面に液体からかかる圧力は [Pa] である。状態 II の気体の圧力 P_2 [Pa] は、 P_1 と同じように考えると、 $P_2 =$ と表される。状態 II の気体の絶対温度を T_2 [K] とすると、状態 I, II の気体の絶対温度の比は、 $\frac{T_2}{T_1} =$ となる。状態 I, II の気体の内部エネルギーをそれぞれ U_1 [J], U_2 [J] とする。単原子分子理想気体の内部エネルギーと温度の一般的な関係式を使うと、内部エネルギーの増加は、 $U_2 - U_1 =$ である。

ピストンがさらに上昇すると、シリンダー B 中の液体も上昇するが、

(3) の式は、シリンダー B 内の液体の上面の高さに上限があることを示している。シリンダー B 内の液体の上面がその上限位置に達したときに、ヒーターのスイッチを切った。この状態を状態 III とよぶ。状態 I からこの状態までにピストンが移動した距離を $x = x_3$ [m] とすると、 $x_3 =$ (7) となる。状態 I から状態 III に変化するとき、気体が行う仕事 W [J] を求めよう。この過程では、シリンダー B 内で質量 $\rho S x_3$ の液体が、全体として $\frac{x_3}{2}$ だけ持ち上がったと考えることができる。 W は、正味でピストン A を通して大気を押し上げる仕事と、液体の重力による位置エネルギーの増加との和となるので、 $W =$ (8) P_0, S, ρ, g, x_3 となり、これに $x_3 =$ (7) を代入すると、 $W =$ (9) P_0, S, ρ, g となる。したがって、状態 I から状態 III への変化の過程で気体に与える熱量 Q [J] は、内部エネルギーの増加も考慮すると、 $Q =$ (10) P_0, S, ρ, g, ℓ となる。

この状態で、再びヒーターのスイッチを入れ、シリンダー A 内の気体をゆっくり加熱する。 x は x_3 を超えて大きくなり、 $x = L$ [m] となったところでスイッチを切った。この状態を状態 IV とする。状態 I から状態 IV に至る過程での、移動距離 x とシリンダー A 内の気体の圧力、ピストン B の下面にかかる圧力の関係を解答用紙の (11) にグラフとして描け。シリンダー A 内の気体の圧力は実線 (——) で、ピストン B の下面に作用する圧力は破線 (----) で描け。どこが状態 I, III, IV に対応するかを示すこと。