物　理　問　題

（解答はすべて物理解答用紙に記入すること）

〔1〕 質量 M のペンシル・ロケット(以下ロケット)を考える。このロケットは，時間間隔 t_0 ごとに質量 m の物体を瞬間的に水平後方に放出することで速さが増加する。図1にロケットの飛行軌跡の概略を示す。放出直後の質量 m の物体とロケットとの相対的速さを w，重力加速度を g とする。また，飛行中ロケットの向きは常に水平に保たれ，空気の抵抗，発射時のロケットとロケットの支持台との間の摩擦は無視する。以下の問題に答えよ。

問 1 支持台の上に静止していたロケットが，第1回目の物体の放出を行い水平右向きの速度 V_1 を得て飛び出した。放出された物体の水平右向きの速度は $V_1 - w$ であることを考慮して，V_1 を M，m，w を用いて表せ。

第 n 回目の物体の放出前後を考える(図2)。物体の放出前のロケットの質量を M_{n-1}，放出後の質量を M_n とする。また，地上から見たロケットの水平右向きの放出前の速度を W_{n-1}，放出後の速度を W_n とする。第 n 回目の物体の放出でロケットの得た水平右向きの速度の増加分を V_n とすると，$W_n = W_{n-1} + V_n$ の関係が成り立つ。

問 2 M_n を M，m，n を用いて表せ。

問 3 V_n を M，m，w，n を用いて表せ。

ロケットは，時刻 $t = 0$ に，地表から距離 L の高さから，第1回目の物体の放出を行って水平右向きに飛び出した。その後ロケットは時刻 t_f に地上に落下した。

問 4 時刻 t_f を求めよ。

以下では$L = 4.9$〔m〕, $M = 30$〔g〕, $m = 5$〔g〕, $w = 30$〔m/s〕, $t_0 = 0.6$〔s〕とする。また，重力加速度は$g = 9.8$〔m/s^2〕とする。

問 5　ロケットが地上に落下するまでの物体の放出回数n_fを求めよ。

問 6　W_1からW_{n_f}までのn_f個のW_nの値をすべて求めよ。数値には単位をつけて示すこと。

問 7　ロケットの水平右向きの速度Wを時間$t\,(0 \leqq t \leqq t_f)$の関数として図示せよ。その際，解答欄のグラフのたて軸Wの単位を〔　〕内に記入し，目盛りには数値を明示すること。

問 8　地上に落下するまでにロケットが飛行した水平方向の距離xを時間$t\,(0 \leqq t \leqq t_f)$の関数として図示せよ。その際，解答欄のグラフのたて軸xの単位を〔　〕内に記入し，目盛りには数値を明示すること。

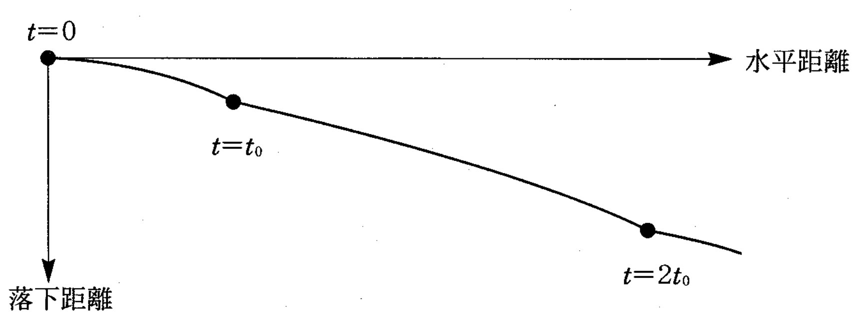

図 1

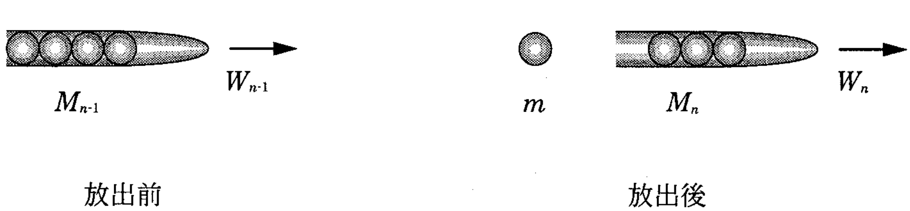

図 2

〔2〕 図1のように，真空中に置かれた液体に，質量 m〔kg〕，底面積 S〔m^2〕の壁の厚さが無視できる円筒形の容器を逆さまにして，中に気体を入れた状態でまっすぐに浮かべた。この時，容器外の液面から容器の底面までの高さを h_1〔m〕，容器の内と外との液面の高さの差を d〔m〕，気体の温度を T_1〔K〕，気体の圧力を p_1〔Pa〕(＝〔N/m^2〕)とする。重力加速度を g〔m/s^2〕，気体定数を R〔J/(K・mol)〕，液体の密度を ρ〔kg/m^3〕とする。気体を理想気体とみなし，その重さを無視する。液体の密度，容器の底面積は温度が変化しても変わらず，液体は蒸発しない。以下の問題に答えよ。選択式の問題は解答欄の正しいものを○で囲め。

問 1 図1の状態で，容器内の液面が受ける圧力 p_1 は深さ d の位置での液体の圧力(容器の外の液面から深さ d までの液体に働く単位面積あたりの重力)とつり合っている。気体の圧力 p_1 を d を用いて表せ。

次に，気体の温度を T_1〔K〕から T_2〔K〕に上昇させたところ，図2のように，容器内の気体は膨張し容器はまっすぐ上に押し上げられたが，容器の内と外との液面の高さの差は変化なく d のままであった。この状態での気体の圧力を p_2〔Pa〕，容器外の液面から容器の底面までの高さを h_2〔m〕とする。

問 2 容器の内と外との液面の高さの差が変わらなかったのは，この差が容器に働く重力と浮力(気体がおしのけた液体の重さ)のつり合いで決まっており，温度に依存しないためである。容器に働く重力と浮力のつり合いの式を書け。

問 3 気体の温度が T_1 から T_2 に上昇した過程は何と考えられるか。正しいものを次の中から選べ。(定圧過程，等温過程，定積過程，断熱過程)

問 4 この過程で，容器は上にあがり，位置エネルギーを得た。容器が得た位置エネルギー U〔J〕を h_1，h_2，m を用いて表せ。

問 5 この過程で，気体は膨張することによって仕事を行った。気体の行った仕事 W〔J〕を h_1，h_2 と気体の圧力を用いて表せ。

問 6　この過程で，気体が行った仕事 W と，容器が得た位置エネルギー U の関係を次の中から選べ。($U < W$,　$U = W$,　$U > W$)

問 7　気体の定圧モル比熱を C_p〔J/(K·mol)〕，定積モル比熱を C_v〔J/(K·mol)〕とし，気体のモル数を n〔mol〕とする。この過程で，気体に加えられた熱量 Q〔J〕を T_1，T_2 を用いて表せ。

問 8　この過程の前後における気体の状態方程式を使い，問5で求めた W を n，T_1，T_2 を用いて(圧力 p_1，p_2 を使わずに)表せ。

問 9　この過程で，気体に加えられた熱量 Q と，気体が行った仕事 W の関係を次の中から選べ。($Q<W, Q>W$)

問10　Q と W の差はどうなったか，簡潔に記せ。

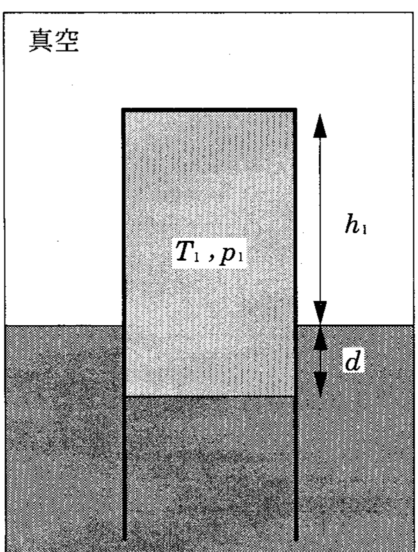

図 1

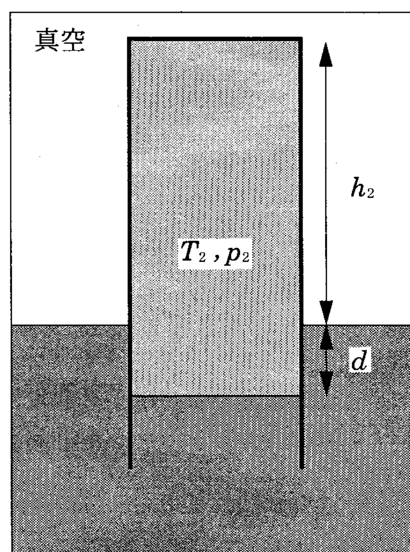

図 2

〔3〕 図1の装置は，質量 m，電荷 $-e$ の電子に電圧 V をかけて x 軸正方向に加速する装置1，z 軸正方向に一様な電界 E と y 軸負方向(紙面に垂直にこちら向き)に磁束密度 B の一様な磁界をかけて電子の速度を選別する装置2，電子を結晶に照射し，反射する電子を検出する装置3からなっている。装置2と装置3の間には，小さな穴のあるしゃへい板が設置され，装置1で加速された電子が，装置2で方向を変えずに通過したときのみ，装置3に入射できるようになっている。装置全体は真空の中に設置されており，重力の影響は無視できるものとし，以下の問題に答えよ。ただし，問3では $\boxed{}$ 内の正しい語句を○で囲み，問5では $\boxed{}$ 内に適切な数式を書き入れよ。

I　最初，装置1の電圧 V は V_0 に，装置2の電界の強さ E は E_0 に，磁束密度 B は B_0 に設定されている。

問 1　装置1で加速された電子の速さ v を装置1の電圧 V_0 を用いて表せ。

問 2　この電子が装置2に入射したところ，電子は方向を変えず装置を通り抜けた。電子の速さ v を E_0 と B_0 を用いて表せ。

II　しゃへい板を通り抜けた速さ v の電子を結晶に照射し，反射された電子を検出したところ，X線の場合のように電子が強く検出されるところ(強め合い)と弱く検出されるところ(弱め合い)が現れた。これは電子が波の性質を持っているからである。電子を波と考えたとき，電子の波長は $\lambda = \dfrac{h}{mv}$ と表される。ここで，h はプランク定数である。図2に示すように，結晶中では原子が規則正しく配列しており，原子配列面の間の距離を d とするとき，反射された電子の波が強め合うのは，$2d\sin\theta = n\lambda$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$ の場合である。θ は電子の入射方向と結晶面の間の角度であり，図1に示した装置3における角度に等しい。なお，装置3は，すべての方向へ反射された電子を検出できる。

問 3　装置1の電圧を V_0 より低くしたところ，電子は z 軸 (1) $\boxed{\text{正，負}}$ の方向に曲がり，しゃへい板を通り抜けなくなった。そこで，装置2の電界の強さを最初の値 E_0 に固定したまま，磁束密度を最初の値 B_0 より (2) $\boxed{\text{増加，減少}}$ させたところ，電子は再びしゃへい板を通過するようになった。このとき，装置3の結晶を回転させ，結晶への電子の入射角

θ を変えて，実験を行ったところ，$n=1$ に対応する電子の波が強め合う入射角 θ は (3) 増加，減少 した。

Ⅲ　以下では，装置1の電圧を変え，同時に装置2の磁束密度の大きさを調整し，電子が常に装置2を方向を変えないで通過するようにした。この状態で装置3の結晶を回転させ，角度 θ を $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ の範囲で自由に変え，強め合いを観測する実験を行った。

問 4　電圧 V を大幅に下げ，電子の速さを非常に遅くしたところ，どの角度でも強め合いは観測されなくなった。この理由を簡単に述べよ。

問 5　電圧 V を初期設定の値 V_0 から下げていったところ，電圧が $\frac{V_0}{4}$ のときには $n=1$ の強め合いが観測されたが，$\frac{V_0}{5}$ のときには強め合いは観測されなかった。したがって，この結晶の原子配列面の間の距離 d は，V_0, m, e, h を用いて $\boxed{}<d<\boxed{}$ の範囲にあることがわかる。

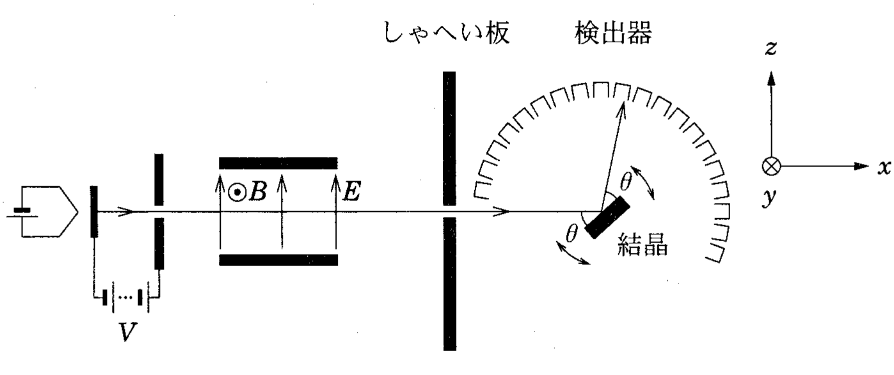

図1

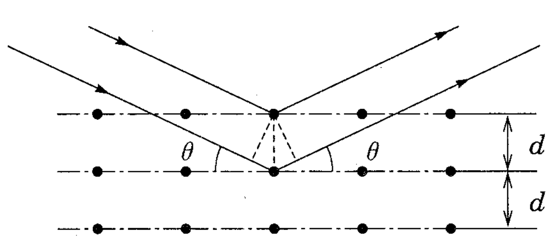

図2