平成 25 年度入学試験問題

医　学　科　(前　期)

数　　学

(注　意)

1. 問題冊子及び解答冊子は試験開始の合図があるまで開かないでください。
2. 問題は全部で 3 問題あります。すべての問題に解答してください。
3. 解答冊子は 4 ページあります。解答は解答冊子の所定の欄に記入してください。
   解答冊子の裏面は使用しないでください。
4. 解答冊子の 4 ページ目は使用しないでください。
5. 解答冊子のどのページも切り離さないでください。
6. 下書きは問題冊子の余白部分を使用してください。
7. 監督者の指示に従い，解答冊子の各ページの所定欄に受験番号・氏名をはっきり記入してください。
8. 解答冊子は持ち帰らないでください。
9. 問題冊子は持ち帰ってかまいません。

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。

(1) 次の x と y に関する連立方程式を解け。ただし，a と b は実数の定数とする。

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + by = 1 \end{cases}$$

(2) $\cos x \geqq 1 - \dfrac{x^2}{2} \quad \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を証明せよ。

(3) 不定積分 $\int e^{ax} \sin bx \; dx$ を求めよ。ただし，a と b は実数の定数とする。

$\boxed{2}$ 数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$, $\{z_n\}$ の間に次の漸化式が成立する。

$$x_{n+1} = 2x_n,\ y_{n+1} = 3x_n + y_n,\ z_{n+1} = x_n - 2y_n + 3z_n \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

このとき，次の問いに答えよ。

(1) 初項 $(x_1, y_1) = (2, 0)$ に対して，一般項 x_n と y_n を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が定数 c, d, r, s に対して，関係 $a_{n+1} = ra_n + cs^n + d$ で定義されるとき，$f_n = ps^n + q\ (n = 1, 2, 3, \ldots)$ が次式を満たすように定数 p と q を定めよ。ただし，$r \neq s$, $r \neq 0, 1$, $s \neq 0, 1$ とする。

$$a_{n+1} + f_{n+1} = r(a_n + f_n) \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

(3) 初項 $(x_1, y_1, z_1) = (2, 0, 0)$ に対して，一般項 z_n を求めよ。

$\boxed{3}$ 曲線 $y = x^2$ の上を動く点 $P(x, y)$ がある。この動点の速度ベクトルの大きさが一定 C のとき，次の問いに答えよ。ただし，動点 $P(x, y)$ は時刻 t に対して x が増加するように動くとする。

(1) $P(x, y)$ の速度ベクトル $\vec{v} = \left(\dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt}\right)$ を x で表せ。

(2) $P(x, y)$ の加速度ベクトル $\vec{\alpha} = \left(\dfrac{d^2x}{dt^2}, \dfrac{d^2y}{dt^2}\right)$ を x で表せ。

(3) 半径 r の円，$x^2 + (y - r)^2 = r^2$，上を速度ベクトルの大きさが一定 C で動く点 Q があるとき，この加速度ベクトルの大きさを求めよ。

(4) 動点 P と Q の原点 $(0, 0)$ での加速度ベクトルの大きさが等しくなるときの半径 r を求めよ。