

和歌山県立医科大学

平成 24 年 度

数 学

問 題 冊 子

[1] 関数 $f(x) = \cos \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 5}{3}$ の $-1 \leq x \leq 3$ における増減表を作り，最大値と最小値，およびそれらをとる x の値を求めよ．

[2] 区間 $[-1, 1]$ で，曲線 $y = |x|e^{|x|}$ と直線 $l: y = a$ ($0 \leq a \leq e$) の間にある部分の面積を S とする．

(1) 曲線 $y = xe^x$ ($x \geq 0$) と l の交点の x 座標を t とし， S を t の式で表せ．

(2) S の最大値と最小値，およびそれらをとる a の値を求めよ．

[3] A と B の 2 人が袋の中から玉を 1 つずつ交互に取り出すゲームを考える．最初に玉を取り出すのは A で，また A と B はともに取り出した玉を袋に戻さない．

(1) 初め袋の中には白玉が $(2n-2)$ 個 ($n \geq 1$)，赤玉が 2 個入っているとする．2 つ目の赤玉を取り出した方を勝ちとして終了するとき，A が勝つ確率を求めよ．

(2) 初め袋の中には白玉が $(2n-3)$ 個 ($n \geq 2$)，赤玉が 2 個，黒玉が 1 個入っているとする．次の (a) と (b) にしたがって勝敗を決めるとき，A が勝つ確率を求めよ．

(a) 一方が黒玉を取り出したときは，他方を勝ちとして終了する．

(b) 一方が 2 つ目の赤玉を取り出したときは，その者を勝ちとして終了する．

[4] 自然数の数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 5, \quad a_{n+1} = a_n^2 + b_n^2, \quad b_{n+1} = 2a_nb_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める．このとき，すべての自然数 n に対して， a_n と b_n の最大公約数は 1 であることを示せ．