

和歌山県立医科大学 一般

平成 23 年 度

数 学

問 題 冊 子

[1] 等式 $|x - 2y| = y + \sqrt{1 - x} + 1$ をみたす整数の組 (x, y) をすべて求めよ.

[2] 袋の中に $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ の数字を 1 つずつ書いたカードが 10 枚入っている. 袋からカード 1 枚を無作為に取り出して数字を確認したのち, 袋にもどす試行を考える.

(1) この試行を 2 回くり返すとする. 確認した数字を順に X_1, X_2 とおくとき, 等式 $X_1 + X_2 = X_1 X_2$ が成り立つ確率を求めよ.

(2) この試行を 3 回くり返すとする. 確認した数字を順に X_1, X_2, X_3 とおくとき, 等式 $X_1 + X_2 + X_3 = X_1 X_2 X_3$ が成り立つ確率を求めよ.

(3) この試行を 4 回くり返すとする. 確認した数字を順に X_1, X_2, X_3, X_4 とおくとき, 等式 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = X_1 X_2 X_3 X_4$ が成り立つ確率を求めよ.

[3] 座標平面において原点を中心とする半径 1 の円を C_1 とし, 点 $(1, 0)$ を中心とする半径 3 の円を C_2 とする. 動点 P は C_1 上を反時計回りに 1 秒間に 2 回転の速さで等速円運動をし, 動点 Q は C_2 上を反時計回りに 1 秒間に 1 回転の速さで等速円運動をしている. 時刻 $t = 0$ のとき, P は $(0, 1)$ にあり, Q は $(4, 0)$ にあるものとする. 2 点 P, Q 間の距離の 2 乗の最大値と最小値, およびそれらをとる P, Q の座標を求めよ.

[4] 次の問いに答えよ.

(1) 関数 $y = \frac{\sin^2 x}{x}$ の導関数を求めよ.

(2) $n = 1, 2, 3$ に対して, $a_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x} dx$ とおく. 連立不等式

$$\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi, \quad 0 \leq y \leq \left| \frac{\sin x}{x} \right|$$

によって表される領域の部分を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を, a_1, a_2, a_3 を用いて表せ.