和歌山県立医科大学

平 成 30 年 度

数　　学

問 題 冊 子

[1] (1) $\sqrt{2}$ は有理数でないことを示せ.

(2) 有理数がある自然数の平方根となるとき，その有理数は整数であることを示せ.

(3) 有理数とその逆数との差が，0でない整数となることはあるか．あるときは例を与え，ないときはそのことを示せ.

[2] k を0以上の整数とする．曲線 $y = x\sin x$ ($k\pi \leqq x \leqq (k+1)\pi$) と x 軸で囲まれた図形を A_k とする．A_k の面積を S_k とし，A_k を x 軸の周りに一回転させてできる立体の体積を V_k とする.

(1) S_k と V_k を求めよ.

(2) $\displaystyle\lim_{k\to\infty}\frac{S_k^2}{V_k}$ を求めよ.

(3) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} S_k \geqq 900$ をみたす最小の整数 n を求めよ.

[3] (1) 一辺の長さ1の正五角形ABCDEがある.

(i) $\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{BEC}$ を示し，BEとCDは平行であることを示せ.

(ii) AからCDに下ろした垂線とBEの交点をFとする．CEとAFの長さを求めよ.

(2) $P(x) = 0$ は実数を係数とする5次の方程式であり，その解は次の条件 (a), (b) をみたすものとする．$P(x)$ を実数の範囲で因数分解せよ.

(a) 解を複素数平面上の点として表すと，正五角形の各頂点となっている.

(b) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}i$ は解の一つで，実部が負となる解もただ一つ存在する．ただし，i は虚数単位である.

[4] a を正の実数とする．座標平面において，次の3直線 l_1, l_2, l_3 を考える.

$$l_1 : y = ax + a \qquad l_2 : y = -ax \qquad l_3 : y = 0$$

(1) 3直線 l_1, l_2, l_3 のいずれとも接する円の方程式をすべて求めよ.

(2) (1)で求めた円のうちで，最大となるものの半径を M とする．M を a の関数と考えて，そのグラフをかけ.