和歌山県立医科大学

平 成 28 年 度

数　　　学

問 題 冊 子

[1] (1) 5以下の異なる3個の自然数の総和として表される自然数は何個あるか.

(2) 自然数 m, n を $m < n$ のようにとる. m 個の自然数 a_1, a_2, $\cdots$, a_m を

$$1 \leqq a_1 < a_2 < \cdots < a_m \leqq n$$

のようにとり, 和 $a_1 + a_2 + \cdots + a_m$ を考える. この形で表される自然数は何個あるか.

[2] t を実数とし, $a = t^3 + 2(2+\sqrt{6})t^2 + 3(1+2\sqrt{6})t + 2(2+\sqrt{6})$ とする. 点 $(2, -2)$ を通り, 傾き a の直線を ℓ とする. ℓ と放物線 $y = x^2$ が交わらない t の範囲を求めよ.

[3] 自然数の数列 $\{a_n\}$ を次のように定める.

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

次の問いに答えよ.

(1) 自然数 n に対し, $a_{n+2} - pa_{n+1} = q(a_{n+1} - pa_n)$ をみたすような数 p, q を求めることにより, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

(2) 自然数 m, n に対し, $a_{m+n+1} = a_{m+1}a_{n+1} + 6a_m a_n$ が成り立つことを証明せよ.

(3) 自然数 m, n に対し, m が n で割り切れるとき, a_m は a_n で割り切れることを証明せよ.

(4) a_{12} を素因数分解せよ.

[4] (1) 異なる複素数 α, β に対して，$\dfrac{z-\alpha}{z-\beta}$ が純虚数となるような z は，複素数平面上でどのような図形を描くか．

(2) 2次方程式 $x^2-2x+4=0$ の解を α, β とする．ただし，α の虚部は正であるとする．等式

$$\arg\frac{z-\alpha^2}{z-\beta^2}=\frac{\pi}{2}$$

をみたす z が，複素数平面上で描く図形を図示せよ．