

和歌山県立医科大学

平成 26 年 度

数 学

問 題 冊 子

[1]

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x + 4$$

$$g(x) = -1 - 3\sqrt{|x-1|}$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。ただし、変曲点に留意しなくてよい。
- (2) 2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ 、および2つの直線 $x = -1$ と $x = 2$ で囲まれた図形を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

[2] 実数 x に対して、 x 以下で最大の整数を x の整数部分といい、 $[x]$ で表す。自然数 n に対して、数列 $\{a_n\}$ を $a_n = [n\pi]$ と定め、また数列 $\{b_n\}$ を、 $b_1 = b_2 = b_3 = 0$ 、 $n \geq 4$ のときは、

$$a_k < n \leq a_{k+1} \quad \text{となる } n \text{ に対して、} \quad b_n = k$$

と定める。ただし、 π は円周率を表す。

- (1) b_4, b_5, b_7, b_{10} を求めよ。
- (2) 自然数 p, q に対して、 $a_p < q$ ならば $p\pi < q$ であることを示せ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を n の式で表せ。このとき、必要なら上記の整数部分を表す記号を用いてよい。

[3] a を正の実数とする。 x の方程式 $\{\log(x^2 + a)\}^2 + \log a = 1$ の異なる実数解の個数を、 a の値によって場合分けして求めよ。ただし、対数は自然対数であるとする。

[4] 曲線 $y = x^2$ ($x > 0$) を C_1 とする。この C_1 と x 軸の両方に接し、半径が $\frac{1}{2}$ の円を C_2 とする。次の問いに答えよ。

- (1) C_2 の方程式を求めよ。
- (2) C_2 の外部において、 C_1 と C_2 と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。