

令和7年度・個別学力検査

理 科 (前)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は26ページあります。
3. 試験開始後、落丁・乱丁・印刷不鮮明の箇所があったら申し出なさい。
4. 解答はすべて解答用紙に、それぞれの問題の指示にしたがって記入しなさい。
5. この冊子のどのページも切り離してはいけません。ただし、余白等は適宜利用してかまいません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。
7. 試験開始後、全科目の解答用紙4枚ともに氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。

理 科 問 題

物 理	問題 1	3 ページ
	” 2	5 ”
	” 3	7 ”
	” 4	9 ”

化 学	問題 1	12 ページ
	” 2	16 ”
	” 3	19 ”
	” 4	22 ”

解 答 用 紙

理科	物理解答用紙	2 枚
理科	化学解答用紙	2 枚

物 理

物理問題 1

図1のような加速と減速が可能なエレベーターを想定する。図2は、この上昇するエレベーターの速度と時刻 t との関係を示す図であり、 $0 < t \leq t_1$ は加速、 $t_1 < t \leq t_2$ は等速、 $t_2 < t \leq t_3$ は減速を示している。以下では、エレベーターに固定された観測者から見た運動を考えるものとし、空気による抵抗は無視できる。重力加速度を g とし、以下の問いに答えよ。

$t = 0$ で静止しているエレベーターの床に質量の無視できるばね(自然長 L 、ばね定数 k)を固定し、ばねの上端には厚さが無視できる質量 M の台 P を固定した。その台上には大きさの無視できる質量 m の物体 Q を静かに置いてある。天井から P までの距離を H とする。

(1) この状態のとき、ばねは自然長に比べてどれだけ縮んでいるのかを求めよ。

エレベーターが加速度 a で上昇しているとき($0 < t \leq t_1$)、台 P と物体 Q はある点を中心として単振動する。このとき加速度 a は重力加速度 g と比べ十分に小さく、物体 Q が台 P から離れることはない。

(2) 自然長での台 P の位置から単振動の中心までの長さを求めよ。

(3) 振動中心においてばねに蓄えられたエネルギーを求めよ。

エレベーターの加速中に、観測者は台 P と物体 Q をつかみ単振動の中心位置に P と Q を静止させた。エレベーターが一定速度となった際に($t_1 < t \leq t_2$)、つかんでいる手を離すと、 P と Q は再び単運動を始めた。 PQ 間に働く垂直抗力を N とする。

(4) ばねが自然長から長さ X だけ縮んでいるときの垂直抗力 N を求めよ。

その後、再び単振動の中心の位置で台 P と物体 Q を静止させ、エレベーターの減速時 ($t_2 < t \leq t_3$) に、観測者がつかんでいる手を離すと台 P と物体 Q は再び単振動する。加速度の大きさは g と比べ十分に小さい。

- (5) 減速時のエレベーターの加速度を求めよ。ただし鉛直上向きを正とする。
- (6) 観測者が手で台 P と物体 Q を保持することが無い場合、時刻 ($0 < t \leq t_3$) に伴う単振動の中心位置の変移について、中心位置の自然長 L からのずれ(上向きを正)を示すグラフを図示せよ。ただし加速度の変化による中心位置の移行は瞬時に行われる。

以下の問題では、エレベーター上昇時 ($0 < t \leq t_1$) にその加速度 a が重力加速度 g より大きい場合について考える。

この場合、加速上昇中に振動中心で P と Q を静止させ、等速時に手を放すと、物体 Q はばねの自然長の位置で台 P から離れることになる。

- (7) 物体 Q が台 P から離れる時の速度を求めよ。
- (8) 物体 Q が天井に衝突しないために必要な H に関する条件を示せ。
- (9) 物体 Q が台から離れたのち天井に衝突することなく、再び台から離れた位置に到達するまでの時間を求めよ。

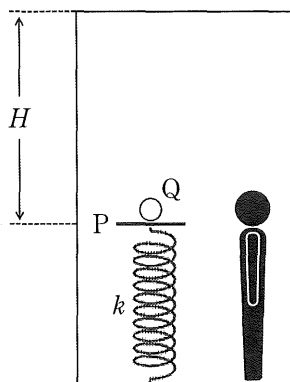


図 1

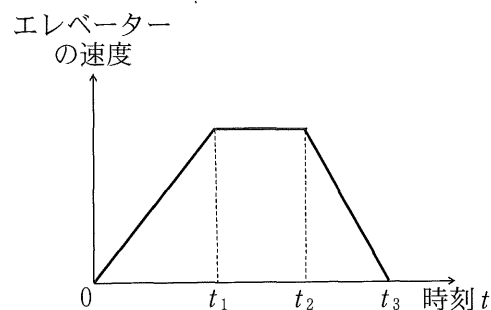


図 2

物理問題 2

熱気球は、図1に示すように下部が開放している風船(球皮)の内部にある気体を、風船の下部にあるバーナーにより熱することで地上から上昇する。ここで風船の内部および外部の気体は理想気体であるとし、両者に圧力差はないものとする。気体の1モルあたりの質量を m 、定積モル比熱を c_v とする。風船の形状と風船内部の気体の体積 V は一定とし、風船内部の気体の温度は均一とみなす。気体を含まない熱気球の質量 M は一定とし、その体積は無視する。気体定数を R 、重力加速度を g 、アボガドロ数を N_A とする。熱気球には重力と気体の浮力のみが作用するとみなす。熱気球が上昇する原理について、以下の問に答えよ。

- (1) 最初に熱気球が地上にあるとき、風船の内部と外部で気体の温度に差はなく、その温度を T_0 、圧力を P_0 とする。このときの風船内部の気体の質量密度 ρ_0 を示せ。
- (2) 問(1)の状態にある風船内部の気体の温度を、バーナーにより T_0 から微小な温度 ΔT だけ上昇させるのに必要な微小な熱量 ΔQ を示せ。またこのとき風船内部の気体分子1個の運動エネルギーの平均値はどれだけ増加するか、その増加量 ΔK を示せ。
- (3) 問(1)の状態にある風船内部の気体の温度をバーナーにより T_1 まで上昇させた。このときの風船内部の気体の質量密度を ρ_1 とする。 ρ_1 と ρ_0 の比 ρ_1/ρ_0 を示せ。
- (4) 問(3)の状態では、熱気球に作用する浮力の大きさを示せ。
- (5) 問(1)の状態にある風船内部の気体の温度を T_2 まで上昇すると、熱気球に作用する浮力と重力がつり合い、更に気体の温度を上昇すると熱気球は地上から上昇し始めた。 T_2 を、 T_0 とその他の記号を使って示せ。また熱気球が地上から上昇するためには M はどのような値でなければならないか示せ。

- (6) 問(1)の状態にある風船内部の気体の温度を T_3 まで上昇すると、熱気球は地上から上昇していき、ある高度で熱気球に作用する浮力と重力がつり合い静止した。この高度での風船外部の気体の温度を T_4 、圧力を P_4 とする。風船内部の気体の温度は常に T_3 で一定とする。 T_4 を、 T_3 とその他の記号を使って示せ。
- (7) 熱気球に作用する浮力と重力がつり合う高度は、風船外部の気体の温度 T と圧力 P の地上からの高度 h による変化に依存する。簡単のため、 $T = T_0$ 一定とし、 $\log_{10}(P/P_0) = -h/h_0$ で表されると仮定する(h_0 : 定数)。地上($h = 0$)での風船内部の気体の温度を T_3 まで上昇させ、その質量密度を ρ_3 とすると、熱気球はどこまで上昇するか、その高度 h を、 ρ_0 、 ρ_3 とその他の記号を使って示せ。風船内部の気体の温度は常に T_3 で一定とする。
- (8) 問(7)で $h = h_0$ まで熱気球を上昇させるには、 T_0/T_3 をどのような値にすればよいか、 ρ_0 とその他の記号を使って示せ。また熱気球を高度 h_0 まで上昇するためには M はどのような値でなければならないか示せ。

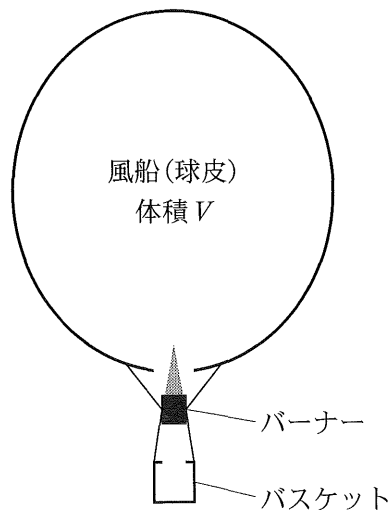


図 1

物理問題 3

がんの治療において放射線治療の一つである陽子線照射は、陽子をサイクロトロンによって加速することにより実現できる。そこでサイクロトロンを用いた粒子の加速装置について考えてみよう。一様な磁束密度 $B > 0$ の中に 2 枚の半円電極(内部は中空)が置かれ、今時刻 $t = 0$ で質量 m 、正電荷 $q > 0$ の粒子を図 1 の原点 O の位置に初速度 0 で置き、一定電圧 V_0 をかけるためにスイッチ $S1$ をオンにした時、この粒子は右側電極内に入射し、半円を描いて左側電極に向かう。この粒子の移動の軌跡が紙面上(x - y 平面上)であった場合に次の問いに答えよ。ただし電極の中は等電位、電極間の電位差は一定とし、相対論的な効果は無視するものとする。また、電極間の間隔は十分に小さく無視できるものとする。

- (1) z 軸は x 軸および y 軸と垂直であり、紙面に対して手前向きを正の向きとする。上記の現象が観察されるとき、磁束密度の x , y , z 成分 B_x , B_y , B_z を答えよ。

- (2) ①右側電極から左側電極に移る位置 y_1 と②その時刻 t_1 を B , q , m , V_0 のうち必要なものを用いて表せ。

- (3) 時刻 t_1 で逆向きに電圧 V_0 がかかるようにスイッチを $S1$ から $S2$ に切り替えることにより、さらに粒子を加速させる。左側電極に入射する $t = t_1$ での粒子の①速度 v_1 と②左側電極から右側電極に移る位置 y_2 、および

- ③その時刻 t_2 を B , q , m , V_0 のうち必要なものを用いて表せ。

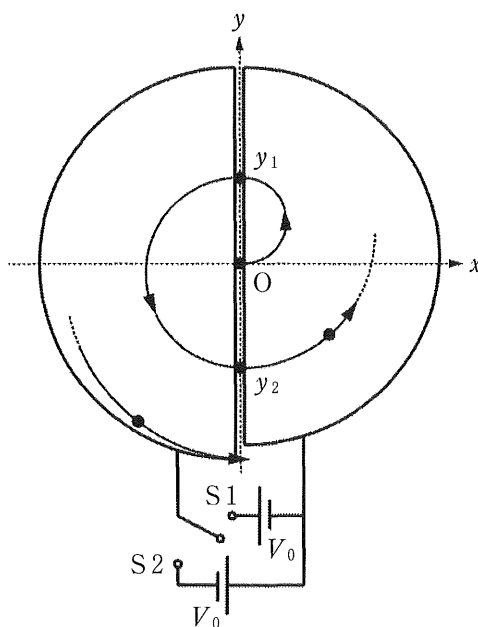


図 1

(4) (3)のように、以後粒子が一方の電極から反対側の電極に飛び出す瞬間に、常に粒子を加速させる向きにスイッチを切り替え、電圧 V_0 をかける。この粒子が原点 O の周りを N 回転したとき、半径 R の半円の軌跡を描いて電極外に飛び出した。その時の R を B, q, m, V_0, N のうち必要なものを用いて表せ。

(5) 次に直流電源でスイッチを切り替える

代わりに図 2 のように交流電源を設置し、 $V = V_b \sin(\omega t + \pi/2)$ の電圧をかけることで常に粒子を加速させる (ω は角速度、 π は円周率)。 $t = 0$ からある時間 $t = t_3$ が経過した時に質量と電荷が先の問題と同じ粒子を左側の電極の O の位置に置いた場合、 $2N$ 回転して電極外に飛び出した。①この時、 V_0 と V_b の関係を示せ。②この場合の時刻 t_3 のうち最小のものを B, q, m のうち必要なものを用いて表せ。ただし、電極間の

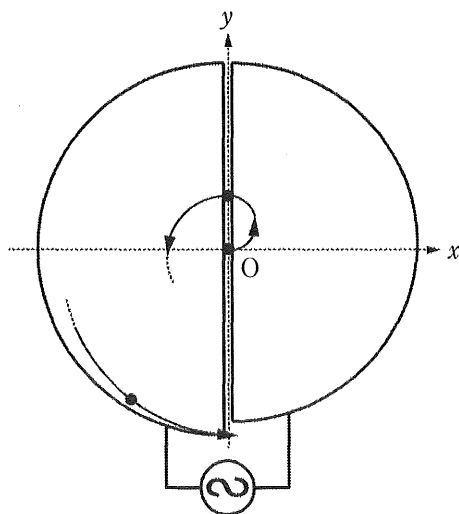


図 2

距離は十分に小さく、粒子が電極間を移動する時の電位差は一定とする。

物理問題 4

陽子 1 個と電子 1 個から構成される水素原子は最も基本的な原子であり、宇宙に最も多く存在する原子である。ここでは水素原子のスペクトルを天体観測に応用することを考える。

まずは水素原子 1 個の性質について考えよう。ボーアの水素原子モデルによると、定常状態における水素原子中の電子のエネルギー準位は以下の式で表される。

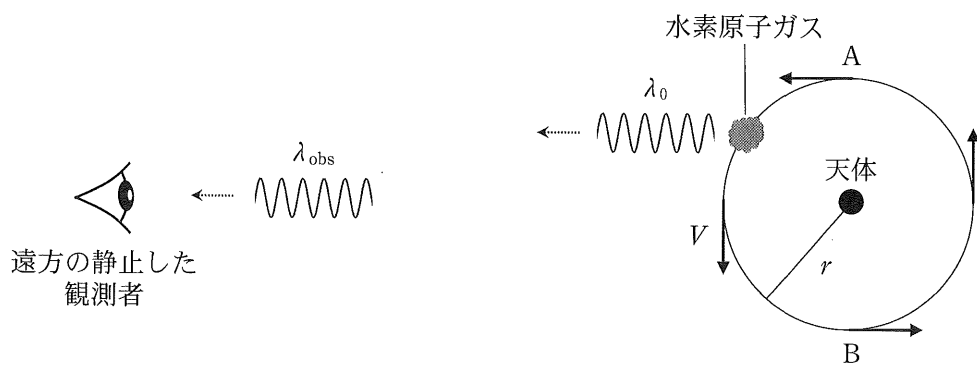
$$E_n = - R h c \frac{1}{n^2}$$

ここで n は量子数 ($n = 1, 2, 3 \dots$)、 $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ はリュードベリ定数、 $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ はプランク定数、 $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ は光速である。

- (1) 電子の基底状態のエネルギーを有効数字 2 桁で求めよ。単位はジュール(J)を用いて表せ。
- (2) 量子数 n の定常状態にある水素原子に外部から特定のエネルギーが与えられると、電子はより高いエネルギー状態 ($n' > n$, エネルギー $E_{n'}$) に励起するが、間もなくして再び元のエネルギー状態 (エネルギー E_n) に戻る。このとき水素原子は 1 個の光子を放出するが、その光子の振動数 ν および波長 λ を E_n , $E_{n'}$ を含む文字式で表せ。必要に応じて光速は c , プランク定数は h の文字を用いよ。
- (3) 問(2)において、電子が $n' \geq 3$ の量子状態から $n = 2$ の量子状態へ遷移するときに放射される一連のスペクトル系列はバルマー系列と呼ばれ、可視光領域で観測される。バルマー系列において、特に $n' = 3$ の場合に放出される光子の波長 λ_0 を有効数字 3 桁で求めよ。単位はナノメートル(nm)で示し、計算に必要な物理定数の数値は問題文冒頭に示した値を用いよ。

ここからは図のように、質量 M の天体の周りを円運動する水素原子ガスを考えよう。この水素原子ガスは中心天体が出す光によって励起され、問(3)で求めた波長 λ_0 の光子を観測者に向かって放出している。以下では観測者は光源(水素原子ガス)から十分遠方において静止しており、放出された光子は図のように光源の位置によらず観測者に向かって平行に届くものとする。また簡単のため、水素原子ガスの円軌道面と観測者は同一平面内にあるものとし、水素原子ガスの熱運動による内部速度成分は無視する。

- (4) 水素原子ガスは天体からの万有引力を向心力として、天体の周りを速さ V で等速円運動している。水素原子ガスが地点 A 及び B(いずれも円運動の速度ベクトルが水平成分のみになる地点)において放出した光子について、遠方の静止した観測者が受信する光子の波長 λ_{obs}^A , λ_{obs}^B をそれぞれ λ_0 を含む文字式で表せ。ここでは、光速 c で伝搬する光も音波のドップラー効果と同様の法則に従うと考えてよい。
- (5) 実際に観測された波長 λ_{obs} の最大値が 666 nm であった。これより、等速円運動する水素ガスの回転速度 V を有効数字 2 桁で求めよ。単位は $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ で表せ。
- (6) 等速円運動する水素原子ガスの軌道半径を r とする。万有引力を向心力とする運動方程式を考えることで、中心天体の質量 M を r , V および万有引力定数 G を用いて表せ。
- (7) いま、 $r = 1.0 \times 10^{15} \text{ m}$ とする。問(6)より、あとは水素原子ガスの回転速度 V を与えることで中心天体の質量 M まで測定することができる。問(5)で得られた V を用いて、中心天体の質量 M の値を有効数字 1 桁で求めよ(単位は kg で表せ)。万有引力定数は $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$ とする。



図

