

平成30年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら、解答用紙の上部の所定欄に受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ記入してください。その他の欄に記入してはいけません。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。
7. この冊子は6頁です。落丁、乱丁または印刷不備があったら申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰りなさい。

問題の選択に関する注意

志望学部により、以下に示す番号の問題に解答すること。

学 部	解答する問題番号
理 学 部	1 2 3 4 5 6
工 学 部	2 3 4
医 学 部	2 3 4 5

2 $\frac{8a+8}{a^2+4a+12}$ が整数となる整数 a の値をすべて求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ を以下で定める。

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^n \frac{a_{n+1-m}}{m} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $a_n > a_{n+1}$ を示せ。ただし $n \geq 1$ とする。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

4 a を 1 より大きくかつ e 以下の実数とする。ただし、 e は自然対数の底とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \frac{1}{n!} \int_1^a (\log x)^n dx$ と定める。このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ を示せ。

(2) n を正の整数とすると、次を示せ。

$$\int_1^a (\log x)^n dx = a(-1)^n \sum_{k=1}^n \frac{n!}{k!} (-\log a)^k + (a-1)(-1)^n n!$$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k!}$ を求めよ。

5 次を読み、以下の問い(1)~(3)に答えよ。

黒玉●と白玉○を左から右へあわせて n 個並べる並べ方について、次の条件(A)~(C)をそれぞれ考える。

(A) 並べた玉の中から $n-3$ 個の玉をうまく選んで抜き出すと、残りの3個が左から順に白玉○, 白玉○, 白玉○にできる並べ方。ただし $n \geq 3$ とする。

(B) 並べた玉の中から $n-4$ 個の玉をうまく選んで抜き出すと、残りの4個が左から順に白玉○, 白玉○, 白玉○, 黒玉●にできる並べ方。ただし $n \geq 4$ とする。

(C) 並べた玉の中から $n-5$ 個の玉をうまく選んで抜き出すと、残りの5個が左から順に黒玉●, 白玉○, 白玉○, 白玉○, 黒玉●にできる並べ方。ただし $n \geq 5$ とする。

このとき、(A)をみたす並べ方の総数を x_n , (B)をみたす並べ方の総数を y_n , (C)をみたす並べ方の総数を z_n でそれぞれ表す。

(1) n が3以上の整数であるとき、 $x_n = 2^n - \frac{n(n+1)}{2} - 1$ を示せ。

(2) n が5以上の整数であるとき、 $z_n = \sum_{m=4}^{n-1} y_m$ を示せ。

(3) z_8 の値を求めよ。