

平成29年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認してください。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら、解答用紙の上部の所定欄に受験番号、座席番号、また、下部の所定欄に座席番号を、それぞれ必ず記入してください。
4. 解答すべき問題の番号は、各学部・学科ごとに異なるので、注意事項の表で確認してください。
5. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入してください。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
6. 解答用紙の裏面を使用してはいけません。
7. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
8. この冊子は6頁あります。落丁、乱丁または印刷の不備なものがあったら申し出てください。
9. 下書き等はこの冊子の余白の部分を使用してください。
10. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、持ち帰ってはいけません。
11. この冊子は持ち帰ってください。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により、以下に示す番号の問題に解答すること。

学 部 ・ 学 科 等	解答する問題番号
理 学 部 数学・情報数理学科	☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6
工 学 部 都市環境システム学科 機械工学科 メディカルシステム工学科 電気電子工学科 ナノサイエンス学科 共生応用化学科 画像科学科 情報画像学科	☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4
医 学 部	☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

- 1** a を正の実数とし、関数 $y = \frac{2a}{x}$ ($x > 0$) のグラフを C とする。 C 上の点 A における C の接線と、曲線 $y = \frac{a}{x}$ の2つの交点を P, Q とする。点 A が C 上を動くとき、線分 PQ の長さの最小値を求めよ。

2 赤玉, 白玉および青玉が入っている箱に対して, 次の操作を何回か繰り返す。

操作: 箱の中から無作為に玉を 1 個取り出し, 色を記録する。その後, その色の玉を 2 個箱に入れる。(その結果, 箱の中の玉は 1 個増える。)

最初, 箱の中には, 赤玉 1 個, 白玉 1 個および青玉 1 個が入っている。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 最初の状態から 4 回操作を繰り返したとき, 取り出した玉がすべて赤である確率を求めよ。
- (2) 最初の状態から 100 回操作を繰り返したとき, 取り出した玉のうち 1 個が赤で, 99 個が赤以外である確率を求めよ。
- (3) 最初の状態から 100 回操作を繰り返したとき, 取り出した玉のうち 1 個が赤, 1 個が白で, 98 個が青である確率を求めよ。
- (4) 最初の状態から n 回操作を繰り返したとき, 取り出した玉のうち j 個が赤, k 個が白で, $(n - j - k)$ 個が青である確率を求めよ。ただし, $n \geq 1$, $j \geq 0$, $k \geq 0$, $j + k \leq n$ とする。

3 関数 $f(x) = \sqrt{1 + e^{2x}} - e^x$ について、以下の問いに答えよ。

(1) x が実数全体を動くとき、 $f(x)$ がとる値の範囲を求めよ。

(2) $t = f(x)$ とおくとき、 x を t の式で表せ。

(3) 極限 $\lim_{s \rightarrow \infty} \int_0^s f(x) dx$ の値を求めよ。

4 座標平面上に点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ がある。原点を中心とする半径 1 の円から点 A を除いた曲線を C とする。 C 上の点 P に対し、 A を始点とする半直線 AP 上に点 Q を以下の 2 つの条件 (i), (ii) を満たすようにとる。

(i) 線分 PQ の長さは線分 BP の長さと同じ。

(ii) 点 P は線分 AQ 上にある。

点 P が C 上を動くとき、点 Q の軌跡を求め、図示せよ。

5 数列 $\{a_n\}$ を次の条件によって定める。

$$a_1 = 2$$
$$a_{n+1} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{a_1 a_2 a_3 \cdots a_n - 1} \quad (n \geq 1)$$

このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$, $P_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ とするとき、すべての自然数 n に対して $S_n = P_n$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $a_n > 1$ ($n \geq 1$) を証明せよ。

(3) $a_n = \frac{b_n}{c_n}$ (ただし、 b_n と c_n は互いに素な整数で $c_n > 0$) と表すとき、すべての自然数 n に対して、

$$b_{n+1} = 2^{(2^n - 1)}$$

$$c_{n+1} = b_{n+1} - c_1 c_2 c_3 \cdots c_n$$

が成り立つことを証明せよ。

6 以下の問いに答えよ。

- (1) p, q は素数で $p < q$ とする。 n は 50 以下の正の整数とする。このとき、 $pq(n - p^2 - q^2)$ がある正の整数の 2 乗となるような組 (p, q, n) をすべて求めよ。
- (2) n は正の整数とし、 p は 3 以上の素数とする。 $n^2 + 2pn + 2p^2$ がある整数の 2 乗となるとき、 n を p の式で表せ。