

1 図1に示すように、十分長い水平面PQに、半径 r の半円筒QRSが点Qでなめらかに接続している。ここで、ばね定数 k 、自然の長さ l の軽いばねの一端を点Pにある壁に固定し、その他端に質量 $2m$ の小球Aを取り付け、水平面上に置いた。そして、Aを左方向にばねの自然の長さより l_0 だけ縮ませた。さらに、質量 m の小球Bを点Pより距離 l の場所におき、Aを静かにはなしたところ、AとBは完全弾性衝突した。以下の問に答えなさい。ただし、水平面および半円筒内面はなめらかであり、小球A、Bの大きさは無視できるものとする。また、重力加速度を g とする。

問1 小球Bに衝突する直前の小球Aの速さ v_0 を m 、 k 、 l_0 を用いて表しなさい。

問2 完全弾性衝突直後の小球A、Bの速さ v_A 、 v_B を v_0 を用いて表しなさい。

問3 小球Bを図1の点Rに到達させるためには、ばねを自然の長さよりどれだけ縮ませればよいのか。その最小値 l_1 を、 m 、 k 、 r 、 g を用いて表しなさい。

問4 小球Bを図1の点Sに到達させたい。点Sを通るときの小球Bの最小の速さ v_{BS} を r 、 g を用いて表しなさい。またこのとき、ばねを自然の長さよりどれだけ縮ませればよいのか。その値 l_2 を m 、 k 、 r 、 g を用いて表しなさい。

問 5 ばねを l_2 だけ縮ませた場合、図 2 に示すように、小球 B は点 S を通過した後、水平面 PQ 上の点 T に角度 θ で衝突した。点 Q から衝突点 T までの水平距離 d を r を用いて表しなさい。また、 $\tan \theta$ を求めなさい。

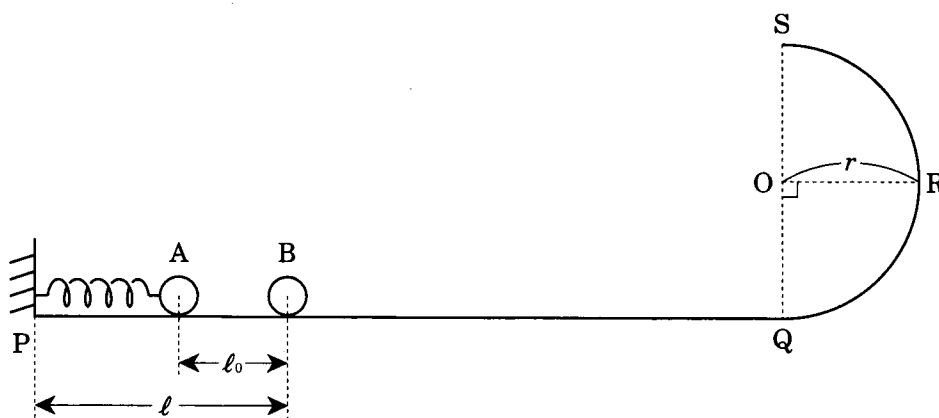


図 1

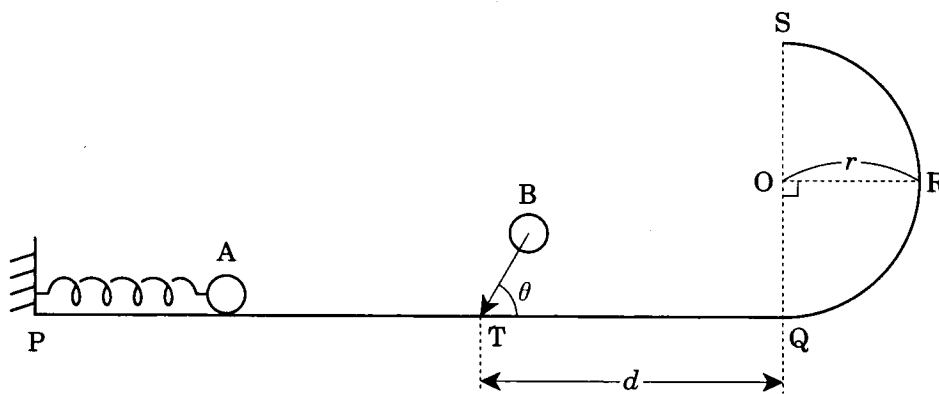


図 2

2 図のように、 xy 面上の原点 O と点 $A(-a, 0)$ ($a > 0$ とする)に、それぞれ $+q$ と $-4q$ ($q > 0$)の点電荷を固定する。以下の問に答えなさい。クーロンの法則の比例係数を k_0 とし、電位の基準点は無限遠にとるものとする。また、重力の影響は考えなくてよい。

問 1 x 軸上の点 $P(x, 0)$ の電場の x 成分と y 成分を、それぞれ座標 x の関数として求めなさい。ただし $x > 0$ とする。

問 2 点 $P(x, 0)$ の電位を座標 x の関数として求めなさい。ただし $x > 0$ とする。

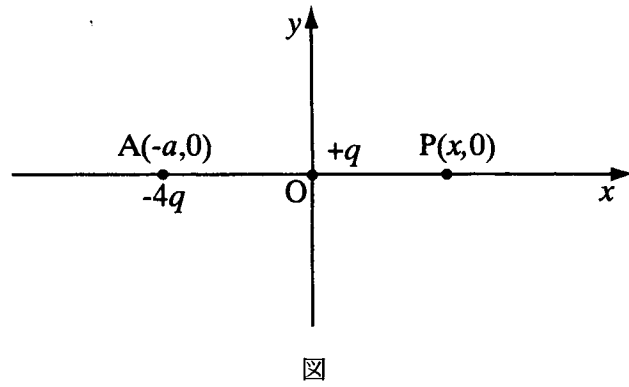
問 3 xy 面上の電位 0 の等電位線を表す方程式を求め、どんな図形か説明しなさい。

図中の2つの点電荷から $+x$ 方向に十分離れた x 軸上の点 R に、大きさが q で符号のわからない点電荷 Q (質量 m)を静かにおいたところ、原点に近づく方向に動き始めた。

問 4 点電荷 Q の符号は正負どちらか。

問 5 点電荷 Q はどこまで原点 O に近づくか、最も近づいたときの点電荷 Q と原点 O の距離を求めなさい。

問 6 点電荷 Q が動き始めてから原点 O に最も近づくまでの間の、速さの最大値はいくらか。



3 図1のような途中がループしている一本のレールがある。レールの太さは無視できるものとし、ループBCDEは鉛直面をなす半径 r の円軌道になっている。いま、図2のようにループの上部を切り取り、点Aから初速0で出発した質量 m の質点が、点Pから空中に飛び出した場合の運動について考える。点Aの水平面GBからの高さを h として、次の問に答えなさい。ただし、重力加速度を g とし、摩擦や空気の抵抗は無視できるものとする。

問1 点Pに達したときの質点の速度を、鉛直上向きの速さと水平左向きの速さに分けて、 g 、 h 、 r を用いて表しなさい。

問2 点Pに達したときの質点の速さを v_p とおく。質点が点Pを飛び出したときの時刻を0として、最高点に到達するまでの時間と、点Pから見た最高点の高さを、 g と v_p を用いて表しなさい。

問3 点Pを飛び出した質点が点Qから再びレール上の軌道に戻った。このときの出発点Aの高さ h_0 を、 r を用いて表しなさい。

次に、図3のように元のループの頂点Dの位置が中心にくるように長さ l の平らな板を水平に置いた。この板と質点は完全弾性衝突するものとする。板の長さ l を適当に選ぶと、板の上面で質点のはねかえることで、 h_0 より低い h でも、点Pから飛び出した質点を点Qから再びレール上に戻すことができる。以下の問に答えなさい。

問4 点Pから飛び出した質点を点Qから再びレール上に戻す h を最小(h_{\min})にする板の長さ l を、 r を用いて表しなさい。

問5 l を問4で求めた値にすると、点Pから飛び出した質点を点Qから再びレール上に戻す h は、 h_0 から h_{\min} の間でとびとびに存在する。それらを高い方から順に h_0 、 h_1 、 \dots 、 h_{\min} とおいたとき、 h_1 と h_2 の場合について、点Pから点Qまでの軌道の概形を解答欄の図中にかきなさい。ただし、図は概略でよく、頂点の座標値等は求めなくてよい。

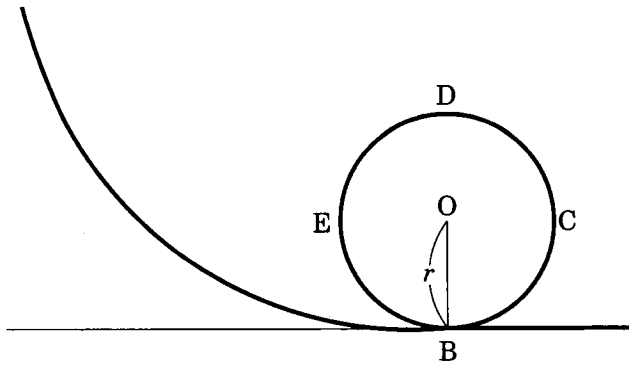


图 1

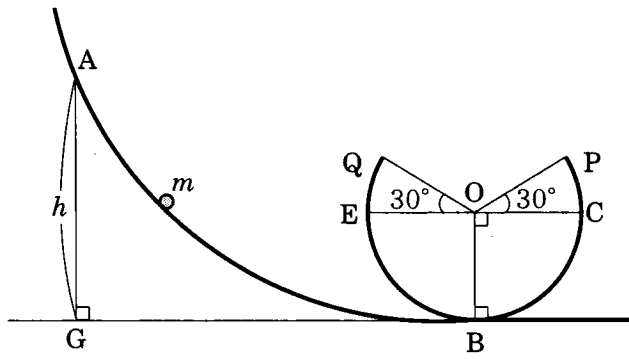


图 2

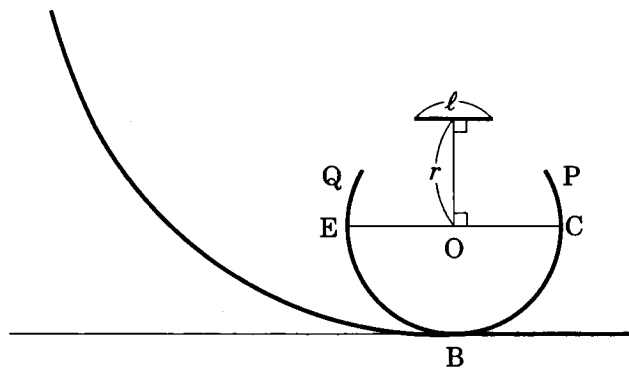


图 3

4 図1のような途中がループしている一本のレールがある。レールの太さは無視できるものとし、ループ BCDE は鉛直面をなす半径 r の円軌道になっている。いま、図2のようにループの上部を切り取り、点 A から初速 0 で出発した質量 m の質点が、点 P から空中に飛び出した場合の運動について考える。点 A の水平面 GB からの高さを h として、次の間に答えなさい。ただし、重力加速度を g とし、摩擦や空気の抵抗は無視できるものとする。

問 1 点 P に達したときの質点の速度を、鉛直上向きの速さと水平左向きの速さに分けて、 g 、 h 、 r を用いて表しなさい。

問 2 点 P に達したときの質点の速さを v_p とおく。質点が点 P を飛び出したときの時刻を 0 として、最高点に到達するまでの時間と、点 P から見た最高点の高さを、 g と v_p を用いて表しなさい。

問 3 点 P を飛び出した質点が点 Q から再びレール上の軌道に戻った。このときの出発点 A の高さ h_0 を、 r を用いて表しなさい。

次に、図3のように元のループの頂点 D の位置が中心にくるように長さ l の平らな板を水平に置いた。この板と質点は完全弾性衝突するものとする。板の長さ l を適当に選ぶと、板の上面で質点がはねかえることで、 h_0 より低い h でも、点 P から飛び出した質点を点 Q から再びレール上に戻すことができる。以下の間に答えなさい。

問 4 点 P から飛び出した質点を点 Q から再びレール上に戻す h を最小 (h_{\min}) にする板の長さ l を、 r を用いて表しなさい。

問 5 l を問 4 で求めた値にすると、点 P から飛び出した質点を点 Q から再びレール上に戻す h は h_0 から h_{\min} の間でとびとびに存在する。それらを高い方から順に h_0 、 h_1 、 \dots 、 h_{\min} とおいたとき、 h_1 と h_2 の場合について、点 P から点 Q までの軌道の概形を解答欄の図中にかきなさい。ただし、図は概略でよく、頂点の座標値等は求めなくてよい。

問 6 h_1 を r を用いて表しなさい。

5 図1のように、帯電していない導体板の表面に近接して天井からバネで帯電していない質量 m の小球 A がつり下げられている。この小球 A に正電荷 q を与えたところ図2に示すように、バネがわずかにのびて小球 A が静止した。このとき小球と導体表面との距離は a であった。正電荷 q をもつ小球 A には導体板による鉛直方向下向きの静電気力 \vec{F}_E が働いていると考えられる。次に小球 A をわずかに持ち上げ静かにはなしたところ小球は振動した。この現象について考えてみよう。ただし、導体板は十分大きく、接地されていない。小球 A の正電荷 q は変化せず天井とバネの静電場に対する影響は無視できるものとする。また、バネ定数を C 、クーロンの法則の比例定数を k_0 とする。振動中の電磁波の放射は考えない。

この静電気力 \vec{F}_E を調べ、振動を考えてみよう。はじめに、図3のように距離 $2a$ だけ離れた二点 Q, Q' に各々正負の点電荷 $q, -q$ がある場合を考える。

問 1 QQ' の中点を O とし、O から QQ' に垂直に x だけ離れた点 R における電場 \vec{E}_R (大きさ, 方向と向き) を求めなさい。

問 2 また、O をとおる QQ' に垂直な平面 S 上で、電位 V およびその分布はどのようなになっているか答えなさい。ただし、電位の基準点は無限遠にとるものとする。

問 3 Q, Q' を含む平面での電場の様子を電気力線を用いて図示しなさい。ただし、電気力線の本数にこだわる必要はないが、その特徴が分かるように注意して描くこと。

問 4 Q' の電荷 $-q$ による Q 点の電場 \vec{E}_Q (大きさ, 方向と向き) を求め、Q 点の電荷 q に働く力 \vec{F}_q (大きさ, 方向と向き) を求めなさい。

つぎに、図4のように帯電していない導体板の表面が平面 S に重なるようにおき、Q' の点電荷 $-q$ を取り除いても、導体板の上側の電場の様子は変わらなかった。

問 5 このとき導体板ではどのようなことが生じているか 40 字程度で簡潔に説明しなさい。

問 6 このとき Q 点の点電荷 q に働く力 \vec{F}_E (大きさ, 方向と向き) を求めなさい。

以上の結果を利用して, 小球 A の振動を考えよう。

問 7 小球 A の振動の角振動数 ω_0 を m, C, k_0, q, a を用いてあらわしなさい。ただし, 図 2 のように小球 A の静止位置を原点として小球の位置座標 z をとったとき, $(1 + bz)^{-2} = 1 - 2bz$, b は定数, と近似することにする。

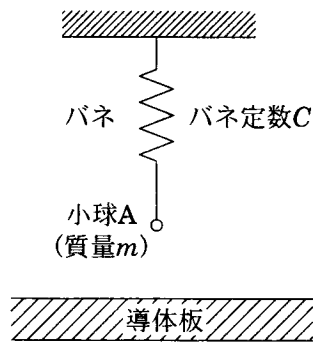


図 1

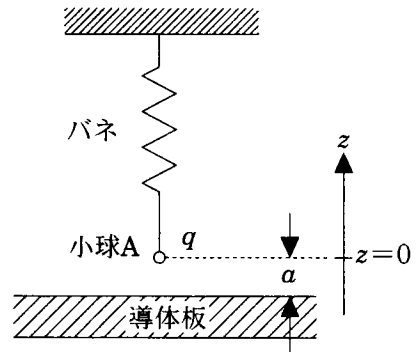


図 2

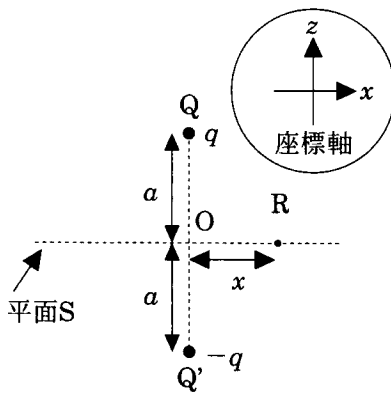


図 3

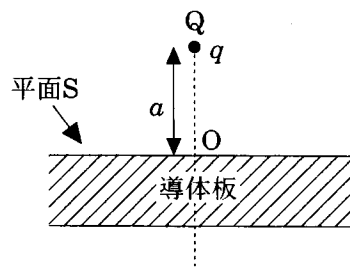


図 4

6 振動数 f の音波を出す音源 S が静止している。以下の問に答えなさい。ただし、音速を V とし、風はないものとする。また、音源 S の位置を原点とする。

問 1 次の 1 ~ 13 に入る適切な式を解答用紙に記入しなさい。

- (1) 図 1 のように、観測者 O は、直線上を S に向かって一定の速さ u で進むとする。ただし、 $u < V$ とする。

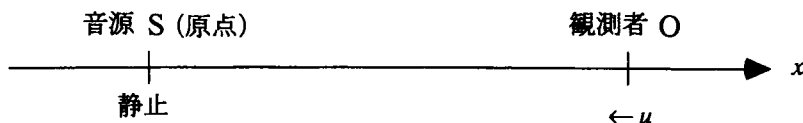


図 1

S を出た音波がある時刻に O に到達したとする。このときの O の位置を $x = x_0$ とする。この位置で O を通過した波面は、通過して 1 秒後に、位置 $x =$ 1 に達する。そのとき、 O の位置は、 $x =$ 2 である。したがって、位置 $x = x_0$ で O を通過した波面は、 O から見て、1 秒間に距離 3 進んでいる。音波の波長は 4 であるから、 O が観測する音波の振動数 f_1 は、 5 である。

- (2) 次に、図 2 のように、同一直線上に左から、音源 S 、観測者 O 、反射板 R の順にそれぞれが位置しており、 S と O はともに静止しているとする。 R は O に向かって(1)の観測者 O と同じ一定の速さ u で進むとする。

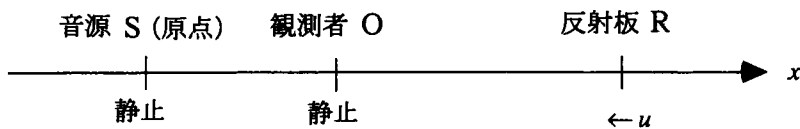


図 2

S を出た音波がある時刻に R で反射したとき、その振動数は(1)で求めた f_1 と同じであった。このときの R の位置を $x = x_R$ とする。この位置で反射した波面は、反射して 1 秒後に、位置 $x =$ 6 に達する。そのとき、 R の位置は、 $x =$ 7 である。よって、距離 8 のなかに f_1 個の反射波が存在するので、この反射波の波長は f_1 を用いて 9 である。よって、 O で観測される反射波の振動数 f_2 は、 f_1 を用いて 10 である。したがって、 O で観測できる、 R からの反射波

の振動数 f_2 は、 f を用いて、11 である。

以上より、 O では、 S から発する音波と R からの反射波によるうなりを観測できる。そのうなりの振動数 f' を V 、 u 、 f で表すと、 $f' =$ 12 である。

- (3) 図3のように、反射板 R を静止させて十分時間がたった後、観測者 O が R の方向に一定の速さ w で進んだところ、周期 $T =$ 13 で音のうなりを観測した。ただし、 $w < V$ とする。

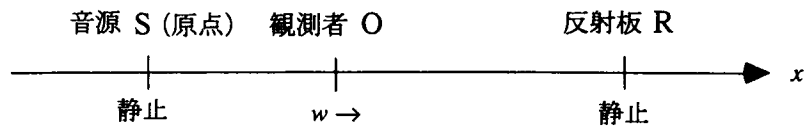


図3

- 問2 図3のように、反射板 R を静止させて十分時間がたった後、ある瞬間の反射板 R への入射波の波形は、図4のようであった。この入射波に対する反射波の波形を破線で、入射波と反射波の合成波の波形を実線で、解答用紙のグラフに描きなさい。

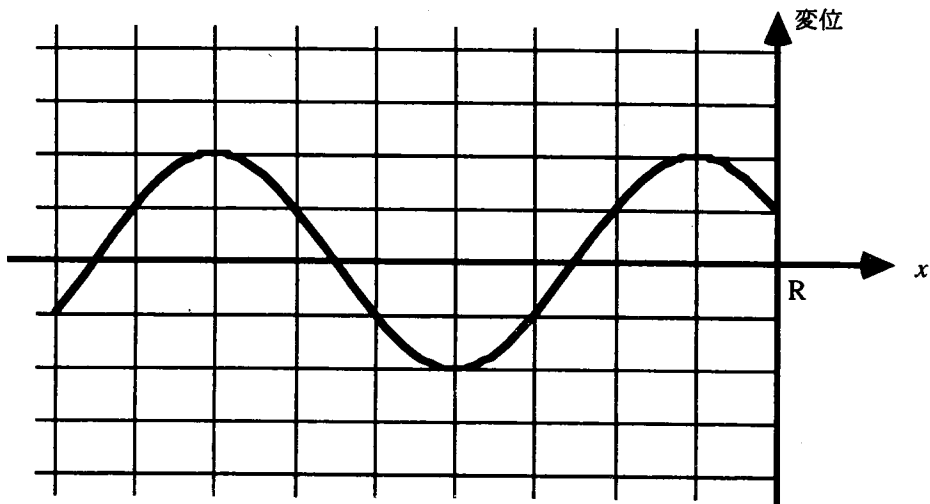


図4

7 一定の大気圧 P_0 のもとで、図のように断面積がそれぞれ S および $2S$ のシリンダー A, B を水平に固定し、断熱材でつくられたなめらかに動くピストンをいれて伸び縮みしない棒で連結した。シリンダー A, B には、おのおの理想気体はいっている。

最初 A の気体の温度、体積、圧力はそれぞれ T, V, P でピストンは静止したままであった。

以下の問に答えなさい。ただし、加熱するとき以外は、シリンダーどうし、およびシリンダーと外部とのあいだで熱の出入りはないものとする。なお、解答に用いる物理量を表す記号には問題中に与えられているもののみを使うこと。

問 1 ピストンに働く力のつりあいを考えて、B の気体の圧力を求めなさい。

次に、A の気体をゆっくりとあたためるとピストンは右に距離 x だけ移動して静止し、A の気体の温度は T_A となった。

問 2 加熱後の A の気体の圧力を求めなさい。

問 3 加熱後の B の気体の圧力を求めなさい。

問 4 加熱中に A, B の気体がした仕事の和を求めなさい。

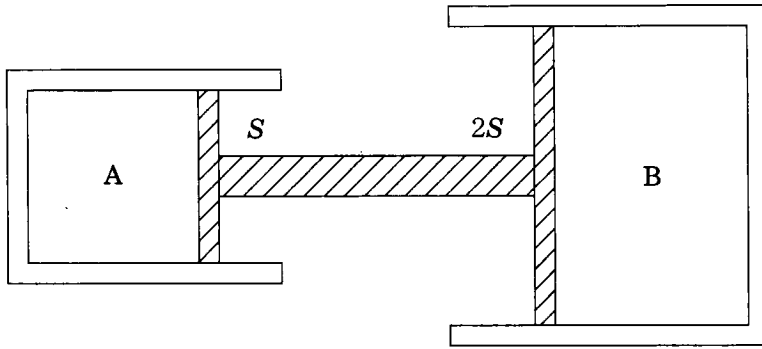
A の気体の定積比熱 (= A の気体のモル数 \times A の気体の定積モル比熱) を C_A とする。

問 5 加熱前後での A の気体の内部エネルギーの変化を求めなさい。

A の気体の加熱中に A の気体に加えた熱量を Q とする。

問 6 加熱前後での B の気体の内部エネルギーの変化を求めなさい。なお、この問では、必要があれば問 4 の答えを W 、問 5 の答えを ΔU_A として用いてよい。

大気圧 P .



☒

8

一定の大気圧 P_0 のもとで、図のように断面積がそれぞれ S および $2S$ のシリンダー A, B を水平に固定し、断熱材でつくられたなめらかに動くピストンをいれて伸び縮みしない棒で連結した。シリンダー A, B には、おのおの理想気体が入っている。

最初 A の気体の温度、体積、圧力はそれぞれ T, V, P でピストンは静止したままであった。

以下の間に答えなさい。ただし、加熱するとき以外は、シリンダーどうし、およびシリンダーと外部とのあいだで熱の出入りはないものとする。なお、解答に用いる物理量を表す記号には問題中に与えられているもののみを使うこと。

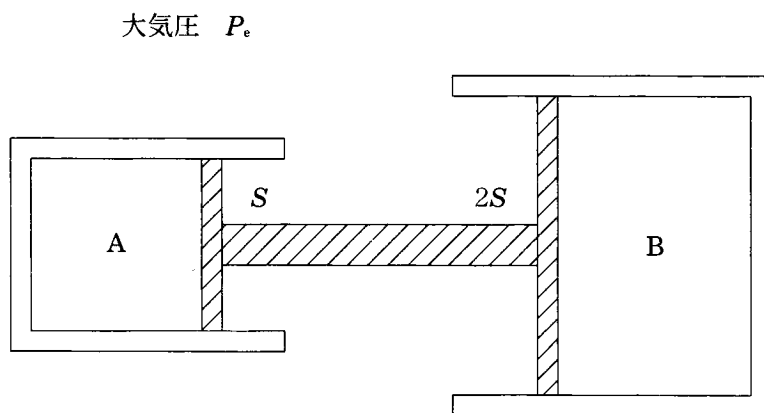
問 1 ピストンに働く力のつりあいを考えて、B の気体の圧力を求めなさい。

次に、A の気体をゆっくりとあたためるとピストンは右に距離 x だけ移動して静止し、A の気体の温度は T_A となった。

問 2 加熱後の A の気体の圧力を求めなさい。

問 3 加熱後の B の気体の圧力を求めなさい。

問 4 加熱中に A, B の気体がした仕事の和を求めなさい。



図

9

レーザー光源と複スリットを用いてヤングの干渉実験を行った。実験装置の配置を図1に示す。レーザーから出た光が複スリット S_1 , S_2 を通過する。図1に示したように、光軸と垂直に y 軸をとり、交点を P とする。点 P と複スリットとの距離 L は 400 mm であった。また、複スリット S_1 , S_2 のスリット間隔は 0.172 mm であった。

光強度の測定にフォトダイオードを光検出器 D として使用した。フォトダイオードの二つの電極間に電流計をつないだとき、電流計にはフォトダイオードの受光面に入射する光の波の強さと受光面積との積に比例した電流 I が流れる。光検出器 D の受光面の前には図2に示すように、受光面の y 軸方向の幅を制限するために幅 0.30 mm のスリットが取り付けられている。

受光面を複スリット S_1 , S_2 の方向に向けたまま光検出器 D を図1の y 軸上を 0.050 mm ずつ移動させ、流れる電流 I を測定した。その結果を図3に示す。ここで y 軸の正方向は図1の上方向である。以下の問に答えなさい。

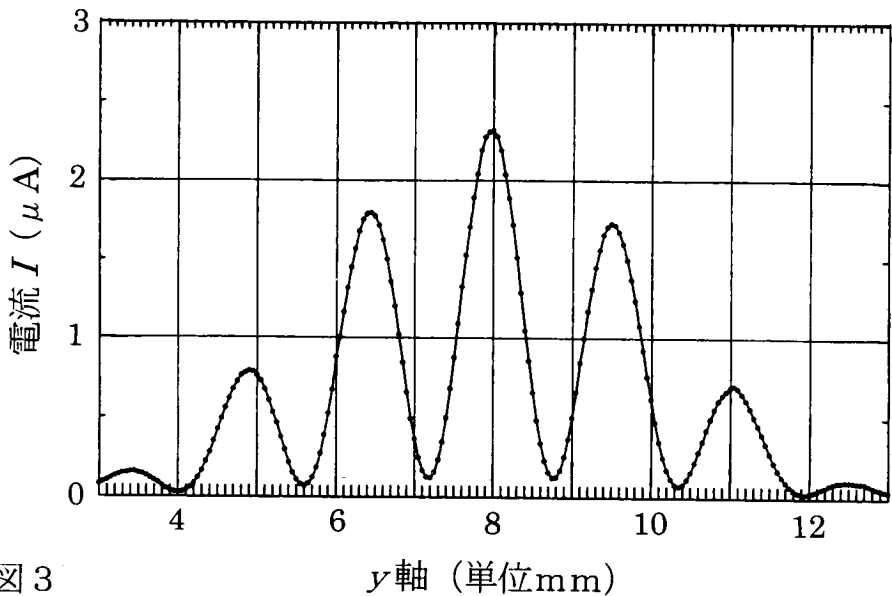
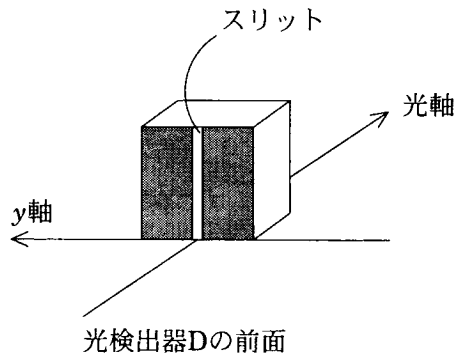
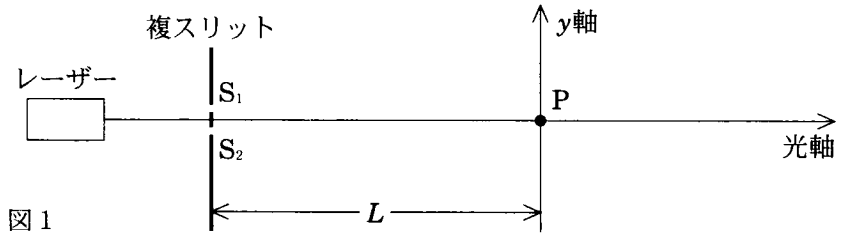
問1 図3の真中の明線が最大になる場所は図1の点 P で、その y 座標を y_0 [mm] とする。この明線から y 軸正方向にある1, 2本目の明線ピークの y 座標を各々 y_1 , y_2 とし、同じく負方向にある1, 2本目の明線ピークの y 座標を各々 y_{-1} , y_{-2} とする。 y_{-2} , y_{-1} , y_0 , y_1 , y_2 の値をグラフから読み取り解答用紙の表に記入しなさい。

問2 問1の答を用い、レーザー光の波長を有効数字2桁で求めなさい。

問3 受光面を複スリットの方向に向けたまま光検出器 D を図1の光軸上を少しずつ移動させ、流れる電流 I を測定したとする。 D が光軸上を点 P よりスリットから離れる方向に 1 m 移動してスリットから 1400 mm 離れた位置に達するまでの間に電流 I が変化する様子を予想し、その概略を解答用紙のグラフに描きなさい。またそのように予想した理由をグラフの右に記入しなさい。

問4 受光面を複スリットの方向に向けたまま光検出器 D を図1の y 軸上を移

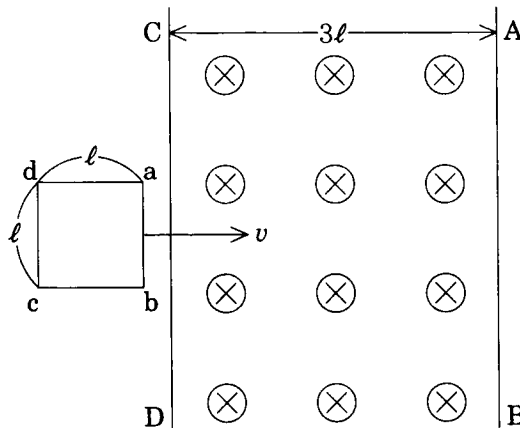
動させて流れる電流 I を測定する際、D の受光面のスリット幅を 0.30 mm から 2 倍の 0.60 mm に拡大して行くとどのような測定結果が予想されるか。予想される結果の概略を解答用紙の方眼紙に描きなさい。ただし、解答用紙の方眼紙には参考のために図 3 のグラフの一部が記入されている。



10

図のように、平行な直線 AB と CD で挟まれた幅 3ℓ [m] の帯状の領域を、磁束密度の大きさが B [T = Wb/m²] の一様な磁場が紙面の表から裏に向かって紙面に垂直に貫いている。1 辺が ℓ [m] の正方形のコイル abcd が、図のように一定の速さ v [m/s] でこの領域 ABCD を左から右へ通過する。コイルは磁場と垂直で、直線 AB と辺 ab は平行とする。また、コイルの抵抗は R [Ω] とする。

コイルの辺 ab が直線 CD の位置に来たときの時刻を $t = 0$ として、以下の問に答えなさい。コイルに電流が流れることにより生じた磁場の影響は無視するものとする。



問 1 コイルを貫く磁束 Φ を、横軸を時間としてグラフに示しなさい。ただし、紙面を表から裏へ向かう向きを正とする。

問 2 コイルに生じる誘導起電力 V を、横軸を時間としてグラフに示しなさい。ただし、上から見て時計まわりの向き ($a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$) を正の向きとする。

コイルに生じる誘導起電力の原因を別の見方から考えてみよう。

問 3 時間 $0 \leq t \leq \frac{\ell}{v}$ の間について、コイルの中に存在する自由電子が磁場から受ける力を調べ、結果としてどのような起電力がコイルに生じたことになるか述べなさい。

問 4 コイルに流れる電流 I を、時間を横軸としたグラフに示しなさい。ただし、上から見て時計まわりの向き ($a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$) を正の向きとする。

問 5 コイルが磁場のある領域を通り抜けるまでに発生したジュール熱を求めなさい。

問 6 コイルを等速度 \vec{v} に保つためには、コイルに外力を加える必要がある。その理由を述べ、この力の向きと大きさ F を求めなさい。その結果を時間を横軸としたグラフに示しなさい。ただし、コイルの進行方向を正の向きとする。

問 7 コイルが磁場のある領域を通り抜けるまでに外力がした仕事を求めなさい。

問 8 問 5 の結果と問 7 の結果から何がいえるか、40 文字程度で述べなさい。

最後に具体的な値を見てみよう。

問 9 領域 ABCD を貫く磁場の磁束密度の大きさを 0.1 T 、コイル abcd の一辺の長さを 0.1 m 、コイル abcd の抵抗を 1Ω 、コイル abcd の速さを 1 m/s とし、

- (1) コイルに生じた電流の強さ、
- (2) コイルが磁場のある領域を通り抜けるまでに発生したジュール熱、
- (3) コイルを等速度に保つために加えた外力の大きさを求めなさい。単位を忘れずに付けること。