C — 1

令和6年度入学者選抜学力検査問題

数　　学

注 意 事 項

1. この冊子は，監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので，この冊子を裏返して必ず読み，志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし，この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら，解答用紙の上部の所定欄に受験番号，座席番号を，また，下部の所定欄には座席番号をそれぞれ記入しなさい。その他の欄に記入してはいけません。
4. 解答は，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
5. 解答は，解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも，特に指示がないかぎり，必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときには，小問の結論を明示すること。
7. この冊子は9頁です。落丁，乱丁または印刷不備があったら申し出ること。
8. 下書き等は，この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰りなさい。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により，以下に示す番号の問題に解答すること。

科目	学部・学科等		解答する問題番号
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	国際教養学部 文学部 法政経学部 教育学部 園芸学部 先進科学プログラム	 人文学科（行動科学コース） 小学校コース 中学校コース （国語科教育分野， 社会科教育分野， 理科教育分野， 技術科教育分野） 小中専門教科コース 英語教育コース 特別支援教育コース 乳幼児教育コース 食料資源経済学科 化学関連分野 生物学関連分野 植物生命科学関連分野 人間科学関連分野	1 2 3
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B	教育学部	中学校コース （数学科教育分野）	3 4 5 6 7 8
	理学部 工学部 情報・データサイエンス学部 園芸学部 薬学部 先進科学プログラム	物理学科，化学科 生物学科，地球科学科 園芸学科，応用生命化学科 緑地環境学科 物理学関連分野，工学関連分野 情報・データサイエンス関連分野	4 5 6 7 8
	理学部	数学・情報数理学科	4 5 6 7 8 9
	医学部		5 6 7 8 9

1 以下の問いに答えよ。

(1) 3辺の長さが2，5，aである三角形が存在するような，aの値の範囲を求めよ。

(2) 3辺の長さが$\log_{10}(5x)$，$\log_{10}(x+10)$，$\log_{10}3$である三角形が存在するような，xの値の範囲を求めよ。

(3) ある二等辺三角形の3辺の長さが$\log_{10}(5x)$，$\log_{10}(x+10)$，$\log_{10}3$であるとき，xの値を求めよ。

2 白球が3個，黒球が5個，赤球が2個入った袋がある。以下のゲームをn回続けて行う。

袋から球を1個取り出す。白球だった場合は1点を獲得する。黒球だった場合はさいころを投げて，出た目が3の倍数だった場合には1点，そうでない場合には0点を獲得する。赤球だった場合はコインを投げて，表が出た場合は2点，裏が出た場合は0点を獲得する。取り出した球は袋に戻さない。

(1) $n = 2$のとき，総得点がちょうど3点となる確率を求めよ。

(2) $n = 3$のとき，総得点がちょうど5点となる確率を求めよ。

(3) $n = 3$のとき，総得点が4点以上となる確率を求めよ。

3 aを実数とする。$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 2$について，以下の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$のグラフとx軸が$x > 0$の範囲に共有点を2個もつような，aの値の範囲を求めよ。

(2) kを正の実数とし，$g(x) = kx$とする。aが(1)の範囲にあるとき，$y = |f(x)|$のグラフと$y = g(x)$のグラフの共有点がちょうど3個となるようなkを求めよ。

$\boxed{4}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{2\pi}{3}} x^2 \sin x \, dx$ を求めよ。

(2) 複素数平面上の 3 点 $\mathrm{P}(z)$，$\mathrm{Q}(-1)$，$\mathrm{R}(\sqrt{3}-1-i)$ が正三角形をなすとき，複素数 z を求めよ。ただし，i は虚数単位である。

(3) 正の整数 n，p，q が，$p>q$ かつ ${}_pC_2+{}_qC_1=n$ を満たすとする。${}_mC_2 \leqq n$ となる最大の整数 m を求めよ。

5 n を 3 以上の整数とする。座標平面上の $2n$ 個の点からなる集合

$$\{(x,y) \mid x=1,2,3,\ldots,n,\ y=1,2\}$$

を考える。この集合から異なる 3 点を無作為に選び，その 3 点を線分で結んで得られる図形の面積を X とする。ただし，3 点が同一直線上にあるときは $X=0$ とする。

(1) k が 0 以上の整数のとき，X が $\dfrac{k}{2}$ となる確率 p_k を n と k の式で表せ。

(2) X が $\dfrac{n}{4}$ 以下となる確率を q_n とおく。$\displaystyle\lim_{n\to\infty} q_n$ を求めよ。

6 関数 $f(x)=e^x+e^{-2x}$ について以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の最小値を求めよ。

(2) $f(x)=2$ となる x の値をすべて求めよ。

(3) (2) で求めた x の値のうち最小のものを a_1，最大のものを a_2 とする。$y=f(x)$ のグラフ，x 軸，直線 $x=a_1$，直線 $x=a_2$ で囲まれる図形を x 軸の周りに1回転してできる立体の体積を求めよ。

$\boxed{\mathbf{7}}$ nを正の整数とする。xの関数

$$f(x)=x^3-2nx^2+(2n-3)x+1$$

について以下の問いに答えよ。

(1) αを$f(x)=0$の1つの解とする。$f\left(\dfrac{1}{1-\alpha}\right)$の値を求めよ。

(2) 方程式$f(x)=0$は異なる3つの実数解をもつことを示せ。

(3) 方程式$f(x)=0$の解で2番目に大きいものをβ_nとする。極限$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\beta_n$を求めよ。

8 半径 1，中心 O の円 C がある。2 つの円 C_1 と C_2 が次の 2 つの条件を満たすとする。

- C_1 と C_2 はどちらも C に内接する。
- C_1 と C_2 は互いに外接する。

円 C_1，C_2 の中心をそれぞれ D，E とし，半径をそれぞれ p，q とする。$\theta = \angle \mathrm{DOE}$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) q を p と θ を用いて表せ。

(2) p を固定する。θ が 0 に近づくとき，$\dfrac{q}{\theta^2}$ の極限値を求めよ。

さらに，円 C_3 が次の 2 つの条件を満たすとする。

- C_3 と C_1 は半径が等しい。
- C_3 は C に内接し，C_1，C_2 のどちらとも外接する。

このとき以下の問いに答えよ。

(3) $p = \sqrt{2} - 1$ のとき，q の値を求めよ。

(4) θ が 0 に近づくとき，$\dfrac{q}{p}$ の極限値を求めよ。

9　m を 0 以上の整数，n を 1 以上の整数，t を $0 < t < 1$ を満たす実数とし，$F(m,n)$ を

$$F(m,n) = \sum_{k=m}^{m+n-1} {}_k C_m t^k$$

で定める。

(1) p を整数とする。

$$A = \frac{(t-1)F(m+1,n) + tF(m,n)}{t^p}$$

が t によらない値となるような p と，そのときの A を求めよ。

(2) 極限 $\lim_{n\to\infty} F(m,n)$ が収束することを示し，その極限値を求めよ。ただし，$0 < s < 1$ のとき $\lim_{k\to\infty} k^m s^k = 0$ であることは用いてよい。