千葉大学　前期

C — 1

平成29年度入学者選抜学力検査問題

数　　　学

注　意　事　項

1. この冊子は，監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので，この冊子を裏返して必ず読み，志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし，この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら，解答用紙の上部の所定欄には受験番号，座席番号を，また，下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
4. 解答は，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
5. 解答は，解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも，特に指示がないかぎり，必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときには，小問の結論を明示すること。
7. この冊子は12頁です。落丁／乱丁または印刷の不備なものがあれば申し出ること。
8. 下書き等は，この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には，解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰ってください。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により，以下に示す番号の問題に解答すること。

<table>
<tr><th>科目</th><th colspan="2">学 部 ・ 学 科 等</th><th>解答する問題番号</th></tr>
<tr><td>数学 I
数学 A</td><td>教育学部</td><td>小学校教員養成課程
（音楽・図工・体育を除く）
特別支援教育教員養成課程
幼稚園教員養成課程
中学校教員養成課程
（技術科教育分野）</td><td>1 2 3 4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">数学 I
数学 II
数学 A
数学 B</td><td>国際教養学部
文学部
法政経学部
園芸学部
先進科学プログラム</td><td>
人文学科（行動科学コース）

物理化学・生命化学関連分野
人間科学関連分野</td><td>2 4 5 6</td></tr>
<tr><td>教育学部</td><td>中学校教員養成課程
（数学科教育分野）</td><td>2 3 4 5
6 8</td></tr>
<tr><td rowspan="3">数学 I
数学 II
数学 III
数学 A
数学 B</td><td>理学部

薬学部
工学部
先進科学プログラム</td><td>物理学科，化学科
生物学科，地球科学科

物理学関連分野
工学関連分野</td><td>5 7 8 9
10</td></tr>
<tr><td>医学部</td><td></td><td>5 7 9 11
12</td></tr>
<tr><td>理学部</td><td>数学・情報数理学科</td><td>5 7 8 9
11 12</td></tr>
</table>

$\boxed{5}$ nを4以上の整数とする。座標平面上で正n角形$\mathrm{A_1A_2\cdots A}_n$は点Oを中心とする半径1の円に内接している。$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OA_2}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OA_3}}$，$\vec{d} = \overrightarrow{\mathrm{OA_4}}$ とし，$k = 2\cos\dfrac{2\pi}{n}$ とおく。そして，線分$\mathrm{A_1A_3}$と線分$\mathrm{A_2A_4}$との交点Pは線分$\mathrm{A_1A_3}$を$t : 1-t$に内分するとする。

(1) $\vec{a}$および$\vec{d}$を，$\vec{b}$，$\vec{c}$，kを用いて表せ。

(2) tをkを用いて表し，$\dfrac{1}{2} \leqq t < \dfrac{3}{4}$を示せ。

(3) 不等式$\dfrac{\triangle\mathrm{PA_2A_3}}{\triangle\mathrm{A_1A_2A_4}} > \dfrac{1}{12}$を示せ。

$\boxed{\mathbf{6}}$ 座標平面上の点 (a, b) から曲線 $y = x^3 - 3x$ に引ける接線の本数を n とする。

(1) $n = 3$ をみたすような点 (a, b) の範囲を図示せよ。

(2) $-3a < b$ かつ $n \leqq 2$ をみたすように点 (a, b) が動くとき，$b - 3a$ の最小値を求めよ。

7 1個のさいころを3回投げて，以下のルールで各回の得点を決める。

- 1回目は，出た目が得点になる。
- 2回目は，出た目が1回目と同じならば得点は0，異なれば出た目が得点になる。
- 3回目は，出た目が1回目または2回目と同じならば得点は0，どちらとも異なれば出た目が得点になる。

3回の得点の和を総得点とし，総得点がnとなる確率をp_nとする。

(1) 総得点nの最大値，最小値と，それらのnに対するp_nを求めよ。

(2) p_6を求めよ。

(3) p_nが最大となるようなnと，そのときのp_nを求めよ。

$\boxed{8}$ tを0以上の実数とし，Oを原点とする座標平面上の2点$\mathrm{P}(p,\, p^2)$，$\mathrm{Q}(q,\, q^2)$で3つの条件

$$\mathrm{PQ}=2,\quad p<q,\quad p+q=\sqrt{t}$$

をみたすものを考える。$\triangle\mathrm{OPQ}$の面積をSとする。ただし，点Pまたは点Qが原点Oと一致する場合は$S=0$とする。

(1) pとqをそれぞれtを用いて表せ。

(2) Sをtを用いて表せ。

(3) $S=1$となるようなtの個数を求めよ。

9 複素数平面上の点 z $\left(z \neq -\dfrac{i}{2}\right)$ に対して，$w = \dfrac{z+2i}{2z+i}$ とする。

(1) 点 z が原点を中心とする半径1の円周上を動くとき，点 w の描く図形を求めよ。

(2) 点 z が点 α を中心とする半径1の円周上を動くとき，点 w は原点を中心とする半径 r の円周を描く。このような r と α の組をすべて求めよ。

10 曲線 C は曲線 $y=-e^x$ を平行移動したものとする。C と曲線 $y=e^{-x}$ は x 座標が t $(t \geqq 0)$ である点を共有し，その点で共通の接線を持つとする。C と x 軸と y 軸とで囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする。

(1) C の方程式を求めよ。

(2) $S(t)$ を求めよ。

(3) $S(t)$ が最大となるような t の値がただ1つ存在することを示せ。

11 数列 $\{a_n\}$ を次の条件によって定める。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 1 + \frac{1}{1 - \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1) a_5 を求めよ。

(2) a_{n+1} を a_n の式で表せ。

(3) 無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a_k}$ が収束することを示し，その和を求めよ。

12 曲線Cは曲線$y=-e^x$を平行移動したものとする。Cと曲線$y=e^{-x}$はx座標がt $(t \geqq 0)$である点を共有し，その点で共通の接線を持つとする。Cとx軸とy軸とで囲まれた部分の面積を$S(t)$とする。

(1) Cの方程式を求めよ。

(2) $S(t)$を求めよ。

(3) $S(t)$が最大となるようなtの値がただ1つ存在することを示せ。

(4) $S(t)$が最大となるようなtの値をαとすると，$\alpha > \log\dfrac{12}{5}$であり，$S(\alpha) < \dfrac{95}{144}$となることを示せ。必要ならば$\log\dfrac{24}{5} < 1.57$を用いてもよい。