C — 1

千葉大学　一般　前期

平成23年度入学者選抜学力検査問題

数　　　学

注　意　事　項

1. この冊子は，監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので，この冊子を裏返して必ず読み，志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし，この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら，解答用紙の上部の所定欄には受験番号，座席番号を，また，下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
4. 解答は，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
5. 解答は，解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも，特に指示がないかぎり，必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときには，小問の結論を明示すること。
7. この冊子は16頁です。落丁／乱丁または印刷の不備なものがあれば申し出ること。
8. 下書き等は，この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には，解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰ってかまいません。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により，以下に示す問題に解答すること。

<table>
<tr><th>科目</th><th colspan="2">学 部 ・ 学 科 等</th><th>解答する問題番号</th></tr>
<tr><td>数学 I
数学 A</td><td>教育学部</td><td>算数科選修
理科教育分野
技術科教育分野</td><td>$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">数学 I
数学 II
数学 A
数学 B</td><td>文学部
法経学部</td><td>行動科学科</td><td>$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$</td></tr>
<tr><td>園芸学部</td><td></td><td>$\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$</td></tr>
<tr><td>教育学部</td><td>情報教育分野</td><td>$\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{8}$</td></tr>
<tr><td>教育学部</td><td>数学科教育分野</td><td>$\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$
$\boxed{7}$ $\boxed{8}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">数学 I
数学 II
数学 III
数学 A
数学 B
数学 C</td><td>理学部
工学部</td><td>生物学科，地球科学科
建築学科
都市環境システム学科
デザイン学科</td><td>$\boxed{5}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$
$\boxed{12}$</td></tr>
<tr><td>理学部
薬学部
工学部

先進科学プログラム</td><td>物理学科，化学科

機械工学科
メディカルシステム工学科
電気電子工学科
ナノサイエンス学科
共生応用化学科
画像科学科
情報画像学科</td><td>$\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$ $\boxed{12}$
$\boxed{13}$</td></tr>
<tr><td>医学部</td><td></td><td>$\boxed{10}$ $\boxed{12}$ $\boxed{13}$ $\boxed{14}$
$\boxed{15}$</td></tr>
<tr><td>理学部</td><td>数学・情報数理学科</td><td>$\boxed{7}$ $\boxed{9}$ $\boxed{10}$ $\boxed{11}$
$\boxed{12}$ $\boxed{13}$</td></tr>
</table>

$\boxed{10}$ 三角形 ABC の外心を O，重心を G，内心を I とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ が成り立つならば，三角形 ABC は直角三角形であることを証明せよ。

(2) k が $k \neq \dfrac{1}{3}$ を満たす実数で，$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = k\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ が成り立つならば，三角形 ABC は二等辺三角形であることを証明せよ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OI}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}} = 0$ が成り立つならば，三角形 ABC は二等辺三角形であることを証明せよ。

$\boxed{\mathbf{12}}$ $k+1$ 個 $(k \geqq 1)$ の部屋 $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_k$ がある。千葉君はある部屋から，その部屋以外の部屋を等しい確率 $\dfrac{1}{k}$ で1つ選び，そこへ移動する。最初，部屋 A_0 にいた千葉君が，n 回 $(n \geqq 1)$ 部屋を移動した後に部屋 A_1 にいる確率を求めよ。

13 a, b, c は実数とし,

$$f(x) = x^4 + bx^2 + cx + 2$$

とおく。さらに 4 次方程式 $f(x) = 0$ は異なる 2 つの実数解 α, β と 2 つの虚数解をもち,

$$\alpha + \beta = -(a+1), \quad \alpha\beta = \frac{1}{a}$$

を満たすと仮定する。

(1) b, c を a を用いて表せ。

(2) a のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) b のとり得る値の範囲を求めよ。

$\boxed{14}$ 次の問いに答えよ。

(1) 不等式

$$\sqrt{x^2+y^2} \geqq x+y+a\sqrt{xy}$$

が任意の正の実数 x, y に対して成立するような, 最大の実数 a の値を求めよ。

(2) 0 以上 1 以下の実数 a, b, c, d に対して

$$abcd \leqq \frac{4}{27} \text{ または } (1-a^2)(1-b^2)(1-c^2)(1-d^2) \leqq \frac{4}{27}$$

が成り立つことを証明せよ。

15 座標平面上の点 (x, y) が

$$\begin{cases} (x^2+y^2)^2-(3x^2-y^2)y=0 \\ x \geqq 0 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

で定まる集合上を動くとき，x^2+y^2 の最大値，およびその最大値を与える x, y の値を求めよ。