

平成 20 年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から解答を始めるよう合図があつたら、まず最初に解答用紙の上部の所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は 0 点となることがある。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は 12 頁である。落丁／乱丁または印刷の不備なものがあれば申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰ってかまいません。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により，以下に示す問題に解答すること。

科目	学部・学科等	解答する問題番号
数学 I 数学 A	教育学部 算数科選修	1 2 3 4
	教育学部 理科教育分野 技術科教育分野	2 3 4 5
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	文学部 行動科学科	4 5 6 7
	法経学部	
	園芸学部	2 3 6 7
	教育学部 情報教育分野	2 3 5 6
	教育学部 数学科教育分野	7 8
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B 数学 C	理学部 生物学科，地球科学科 工学部 建築学科 都市環境システム学科 デザイン学科	3 4 6 7 9
	理学部 物理学科，化学科 薬学部 工学部 機械工学科 メディカルシステム工学科 電気電子工学科 ナノサイエンス学科 共生応用化学科 画像科学科 情報画像学科 先進科学プログラム	5 7 8 9 10
	医学部	5 8 10 11 12
	理学部 数学・情報数理学科	5 7 8 9 10 12

1 $\triangle ABC$ において $BC = 2$, $\angle B + \angle C = 60^\circ$ とする。

- (1) このような三角形の面積の最大値を求めよ。そのときの 2 辺 AB, AC の長さを求めよ。
- (2) (1) で得た三角形の内接円の半径を求めよ。

- 2** m を実数とする。関数 $y = |x|(x - 4) - x - m$ のグラフが x 軸と相異なる 3 点で交わるような m の値の範囲を求めよ。

3 正三角形 ABC は、1 辺の長さが 1 である正六角形の辺上に 3 頂点をもつとする。

- (1) このような 正三角形 ABC の 1 辺の長さ AB の最大値と最小値を求めよ。
- (2) 頂点 A が正六角形の 1 辺を $1:2$ に内分しているとき AB^2 を求めよ。

4 n を自然数とする。1 個のさいころを続けて 2 回投げ、1 回目に出た目の数を x 、2 回目に出た目の数を y とする。 $|x - n| + |y - n| \leq n$ となる確率を P_n で表すとき、次の問いに答えよ。

(1) P_1 を求めよ。

(2) P_n が最大となる n を求め、そのときの P_n を求めよ。

(3) $P_n = \frac{1}{36}$ となる n を求めよ。

5 以下の問いに答えよ。

- (1) x を有理数とする。 $7x^2$ が整数ならば、 x は整数であることを示せ。
- (2) a, b を整数とする。 $a^2 - 7b^2$ が 4 の倍数ならば、 a と b はともに偶数であることを示せ。
- (3) r は整数、 s は有理数とする。 $\left(\frac{r}{2}\right)^2 - 7s^2$ が整数ならば、 s は整数であることを示せ。

6 2 次関数 $f(x)$ は

$$xf(x) = \frac{2}{3}x^3 + (x^2 + x) \int_0^1 f(t)dt + \int_0^x f(t)dt$$

を満たすとする。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) 関数 $xf(x)$ の $x \geq 0$ における最小値を求めよ。

7 平面上の $\triangle ABC$ において、辺 AB を $4:3$ に内分する点を D 、辺 BC を $1:2$ に内分する点を E とし、線分 AE と CD の交点を O とする。

(1) $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{q}$ とするとき、ベクトル $\overrightarrow{AO}$ を $\vec{p}$, $\vec{q}$ で表せ。

(2) 点 O が $\triangle ABC$ の外接円の中心になるとき、3 辺 AB , BC , CA の長さの 2 乗の比を求めよ。

8 1 から n までの番号が書かれた n 枚のカードがある。この n 枚のカードの中から 1 枚を取り出し、その番号を記録してからもとに戻す。この操作を 3 回繰り返す。記録した 3 個の番号が 3 つとも異なる場合には大きい方から 2 番目の値を X とする。2 つが一致し、1 つがこれと異なる場合には、2 つの同じ値を X とし、3 つとも同じならその値を X とする。

(1) 確率 $P(X \leq k)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) を求めよ。

(2) 確率 $P(X = k)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) を求めよ。

(3) $P(X = k)$ が最大となる k の値はいくつか。

9 関数 $y = \log|x|$ のグラフ G 上に動点 A, B があり, それぞれの x 座標を a, b とする。 A における接線と B における接線が直交し, $a > 0$ であるとき, 以下の問いに答えよ。

(1) ab を求めよ。

(2) 線分 AB の中点の存在範囲を求めよ。

(3) 直線 AB が点 $(1, 0)$ を通り, $a \neq 1$ を満たすとき, 直線 AB と G で囲まれる図形の面積を求めよ。

10 行列

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

について以下の問いに答えよ。

- (1) $A^m = E$ となる最小の自然数 m と, $B^n = E$ となる最小の自然数 n を求めよ。
- (2) m は (1) で求めた値とし, k は $1 \leq k \leq m$ を満たす自然数とする。単位円周上の点 P に対し, 行列 B, A^2, A^k で表される移動による P の行き先を, それぞれ Q, R, S とする。 $\triangle QRS$ が正三角形となるような k, P の組をすべて求めよ。

11 実数 a, b は $0 < a < b$ を満たし, x, y, z はいずれも a 以上かつ b 以下であるとする。このとき次を示せ。

(1) $x + y = a + b$ ならば, $xy \geq ab$ である。

(2) $x + y + z = a + 2b$ ならば, $xyz \geq ab^2$ である。

12 $c \geq 0$ に対して，連立不等式

$$0 \leq x \leq \frac{4\pi}{3}, \quad 0 \leq y \leq |\sin x - c|$$

で表される座標平面上の図形を A とする。

- (1) A の面積 S を最小にするような c の値と，そのときの S を求めよ。
- (2) A を x 軸のまわりに回転させてできる立体の体積を V とする。
 V を最小にするような c の値と，そのときの V を求めよ。