

平成18年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から解答を始めるよう合図があったら、まず最初に解答用紙の上部の所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがある。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は9頁である。落丁／乱丁または印刷の不備なものがあれば申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机上に置いておくこと。持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰ってかまいません。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により、以下に示す問題に解答すること。

科目	学部・学科等	解答する問題番号
数学 I 数学 A	教育学部 自然教育・技術教育系 情報教育系	<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> 1 2 3 4 </div>
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	文学部 行動科学科 法経学部	<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> 1 3 4 5 </div>
	園芸学部	<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> 2 3 4 5 </div>
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B 数学 C	理学部 生物学科，地球科学科 工学部 A コース 都市環境システム学科 デザイン工学科	<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> 3 4 5 6 </div> <div style="text-align: center; margin-top: 5px;"> 7 </div>
	理学部 物理学科，化学科 医学部 薬学部 工学部 A コース 電子機械工学科 メディカルシステム工学科 情報画像工学科 共生応用化学科	<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> 4 5 6 7 </div> <div style="text-align: center; margin-top: 5px;"> 8 </div>
	理学部 数学・情報数理学科	<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> 4 5 6 7 </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%; margin-top: 5px;"> 8 9 </div>

1 $\triangle ABC$ において、 $AB = 5$, $BC = 5 \sin A$, $CA = 3$ であるとする。

- (1) 辺 BC の長さを求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の内接円の半径を求めよ。

2 $\triangle ABC$ において, $AB = 2$, $AC = 3$, $A = 60^\circ$ のとき, 辺 AC 上に $AD = 1$ となる点 D をとる。さらに E を辺 BC 上の点とする。

- (1) 辺 BC の長さを求めよ。
- (2) 線分 DE が $\triangle ABC$ の面積を二等分するとき, 線分 BE の長さを求めよ。
- (3) $\triangle ABE$ と $\triangle DEC$ の面積の積 T を最大にする線分 BE の長さと, そのときの T の値を求めよ。

3 実数 a に対し, 2 次関数 $f(x) = x^2 - ax - a^2 + 5a$ を考える。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解を持つような a の範囲を求めよ。
- (2) 2 次関数 $y = f(x)$ のグラフが 2 点 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ を通り,
 $1 \leq \alpha < \beta \leq 3$ となるような a の範囲を求めよ。

4 1 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。この中からカードを 3 枚同時に取り出す。取り出された 3 枚のカードに書かれた 3 つの整数のうち、最大のものを除いた残りの 2 つの整数の和を X とする。

(1) $X = 3$ である確率を求めよ。

(2) X の期待値を求めよ。

5 関数 $f(x)$ を次のように定義する。

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ 1 & (x > 1) \end{cases}$$

また $g(x) = -x^2 + ax + b$ とする。 $y = g(x)$ のグラフが $y = f(x)$ のグラフと 2 点で接するとき、次の問いに答えよ。

(1) a, b の値を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフで囲まれる部分の面積を求めよ。

6 $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおき、

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{3}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

とする。辺 AB 上に点 P_1 をとる。ただし P_1 は A, B とは異なるとする。 P_1 から辺 OB に垂線 P_1Q_1 を下ろす。次に、 Q_1 から辺 OA に垂線 Q_1R_1 を下ろす。さらに、 R_1 から辺 AB に垂線 R_1P_2 を下ろす。以下、同様の操作を続けて、点 P_n, Q_n, R_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を定める。 $\overrightarrow{AP_n} = t_n(\vec{b} - \vec{a})$ により t_n ($0 < t_n < 1$) を定める。

- (1) $\overrightarrow{BQ_1}$ を t_1 と \vec{b} を用いて表せ。
- (2) t_2 を t_1 を用いて表せ。
- (3) t_n を t_1 と n を用いて表せ。
- (4) $P_1 = P_2$ となるような t_1 の値を求めよ。
- (5) $P_1 = P_2$ のとき、 $\triangle P_1Q_1R_1$ の面積を求めよ。

7 $a \neq 0, b \neq 0$ とする。 $f(x) = a \cos^2 x + b \cos x + c$ について、 $y = f(x)$ のグラフが x 軸と原点で接しているとする。

(1) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と接する点の x 座標をすべて求めよ。

(2) さらに $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 0$ が成り立っているとき、 $f(x) = 0$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) をみたす x の値をすべて求めよ。

8 a, t を実数とするとき、座標平面において、

$$x^2 + y^2 - 4 - t(2x + 2y - a) = 0$$

で定義される図形 C を考える。

- (1) すべての t に対して C が円であるような a の範囲を求めよ。ただし、点は円と見なさないものとする。
- (2) $a = 4$ とする。 t が $t > 0$ の範囲を動くとき、 C が通過してできる領域を求め、図示せよ。
- (3) $a = 6$ とする。 t が $t > 0$ であって、かつ C が円であるような範囲を動くとき、 C が通過してできる領域を求め、図示せよ。

9 a を実数とし, 数列 $\{a_n\}$ を以下のように定義する。

$$a_1 = a, \quad a_{n+1} = |a_n - 1| + a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

すべての自然数 n に対し $a_n \neq 0$ となるような a の範囲を求めよ。