

問題の選択に関する注意

1. 志望学部・学科等により、以下に示す問題に解答すること。
2. 問題**12**と**13**では、「数学 A」,「数学 B」,「数学 C」の履修内容に応じた選択問題が出題されている。これらの問題については, [ア], [イ] または [ア], [イ], [ウ]の中から1題だけを選択し, 解答すること。もし2題以上解答した場合には, 0点になることがある。
3. 解答用紙の問題番号に続く選択記号欄では, 解答する問題の記号 ([ア], [イ], [ウ])を必ず丸で囲むこと。もし選択記号を丸で囲って選択していない場合には, 0点になることがある。

科目	学部・学科等	問題番号
数学 I 数学 A	教育学部 自然教育・技術教育系 情報教育系	1 2 3 4
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	文学部 行動科学科 法経学部	3 4 5 12 [ア] [イ] (選択)
	園芸学部	4 5 6 13 [ア] [イ] [ウ] (選択)
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B 数学 C	理学部 生物学科, 地球科学科 工学部 A コース 都市環境システム学科 デザイン工学科	4 6 8 9 13 [ア] [イ] [ウ] (選択)
	理学部 物理学科, 化学科 医学部 薬学部 工学部 A コース 電子機械工学科 メディカルシステム工学科 情報画像工学科 共生応用化学科	7 8 9 10 13 [ア] [イ] [ウ] (選択)
	理学部 数学・情報数理学科	7 8 9 10 11 13 [ア] [イ] [ウ] (選択)

1 x は正の実数とし, $x^2 + 4x - 1 = 0$ を満たす。

$$A = 1 + (1 + x) + (1 + x)^2 + (1 + x)^3, \quad B = (1 + x)^3$$

とおくとき, $\frac{A}{B}$ の値を求めよ。

2 a は実数とし、 x に関する 2 次方程式 $x^2 + ax + (a - 1)^2 = 0$ は相異なる 2 つの実数解をもつ。

(1) 2 つの解の差の平方を a を用いて表せ。

(2) 2 つの解の差が整数であるとき a を求めよ。

3 1 から 5 までの数字が書かれたカードが、それぞれ 2 枚ずつ、合わせて 10 枚ある。この中からカードを 2 枚同時に取り出し、その数字を X, Y とする。ただし、 $X \leq Y$ とする。

(1) $X = Y$ となる確率を求めよ。

(2) $X = 3$ となる確率を求めよ。

(3) X の期待値を求めよ。

4 数列 $\{a_n\}$ において, $a_1 = 2, a_2 = 4$ である。

$$b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

とおくとき, $\{b_n\}$ は正の公比をもつ等比数列とする。

(1) $\frac{(a_{n+1})^2 - a_n a_{n+2}}{a_n a_{n+1}}$ を, b_n, b_{n+1} を用いて表せ。

(2) $\sum_{n=1}^6 \frac{(a_{n+1})^2 - a_n a_{n+2}}{a_n a_{n+1}} = -1456$ が成り立つとき

(i) 一般項 b_n を求めよ。

(ii) 一般項 a_n を求めよ。

5 a は実数とする。2つの曲線

$$y = x^3 + 2ax^2 - 3a^2x - 4 \quad \text{と} \quad y = ax^2 - 2a^2x - 3a$$

は、ある共有点で両方の曲線に共通な接線をもつ。このとき a を求めよ。

- 6** a を 1 と異なる正の定数とすると、次の不等式を満たす (x, y) の範囲を図示せよ。

$$a^{2x} - a^{2y} - a^{2x+y} + a^{x+2y} - a^x + a^y < 0$$

7

(1) 次の不等式で表される領域を図示せよ。

$$\log_{10}(-y^2-2xy+y+x^4-2x^3-3x^2+4x+1) \geq \log_{10}(-2x^2+2x+1)$$

(2) x, y が (1) の不等式を満たすとき, $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。

8 関数 $f(x) = 3 \cos 2x + 7 \cos x$ について, $\int_0^\pi |f(x)| dx$ を求めよ。

9 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -1 & -a-1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

(1) $A^3 = E$ となるための必要十分条件を, a, b を用いて表せ。

(2) (1) の条件が成立するとき, すべての自然数 k ($k = 1, 2, \dots$) に対して

$$A^{2^k} + A^{2^{k-1}} + E = O$$

であることを示せ。

10 以下において $\log x$ は自然対数を表す。

(1) $a > \frac{1}{e}$ のとき, $x > 0$ に対し $x^a > \log x$ であることを示せ。

(2) $a > \frac{1}{e}$ のとき, $\lim_{x \rightarrow +0} x^a \log x = 0$ が成り立つことを示せ。

(3) $0 < t < \frac{1}{e}$ として, 曲線 $y = x \log x$ ($t \leq x \leq 1$) および x 軸 と直線 $x = t$ で囲まれた部分を, y 軸のまわりに回転して得られる図形の体積を $V(t)$ とする。このとき, $\lim_{t \rightarrow +0} V(t)$ を求めよ。

11 n は自然数とし, 2^n は 100 桁の数で, 2^{n-1} は 99 桁の数である。

(1) n を求めよ。

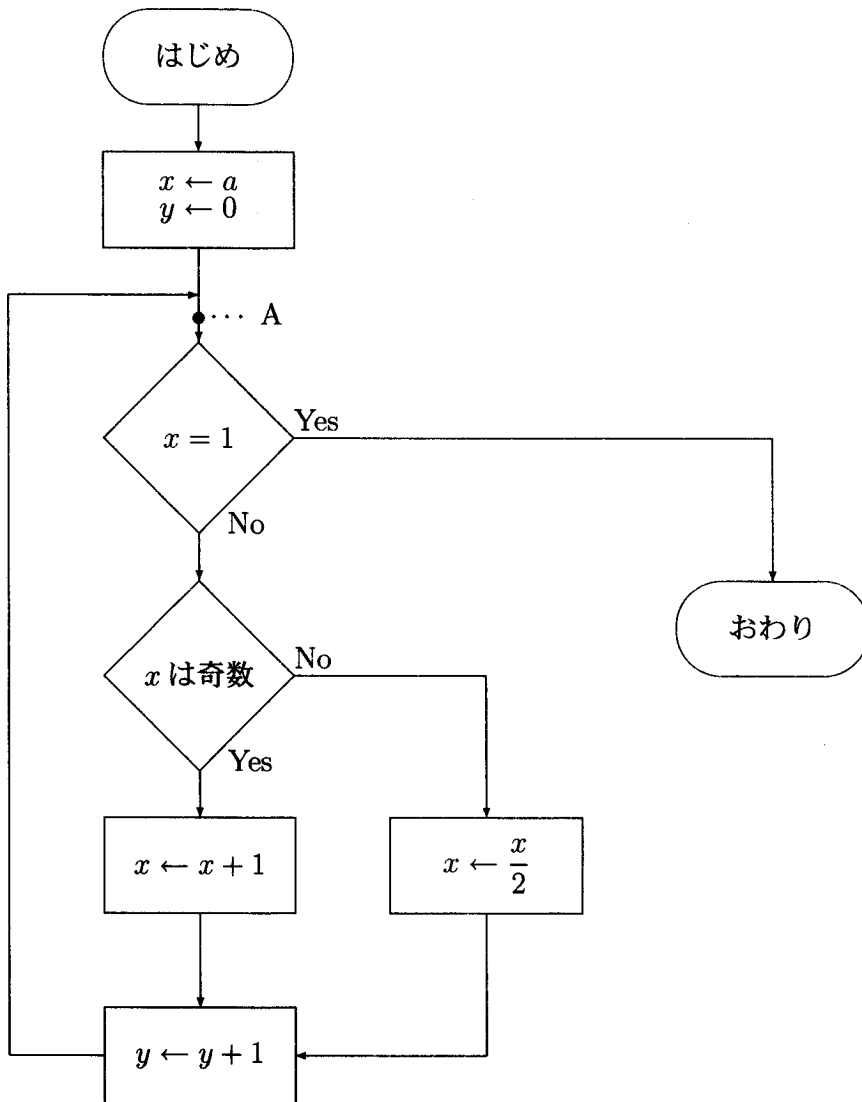
(2) 2^n の一の位の数字を求めよ。

(3) 2^n の十の位の数字を求めよ。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ としてよい。

12 - **ア** a, k は正の整数とする。次頁の流れ図のプログラムを実行する。

- (1) $a = 5, 6, 7, 8$ のそれぞれの場合に, このプログラム実行開始から終了までの A 点における x, y の値の表を作成せよ。
- (2) $a = 9$ のとき, このプログラム実行開始から終了までの A 点における x の値を 2 進法で表示せよ。
- (3) $a = 2^k + 1$ であるとき, プログラム終了時の y の値を k を用いて表せ。



12 - **イ** α は絶対値 1 の複素数とし、複素数 z に対して、 $w = \frac{\bar{\alpha}z - 2}{2z - \alpha}$ とおく。ただし $\bar{\alpha}$ は α の共役複素数を表す。

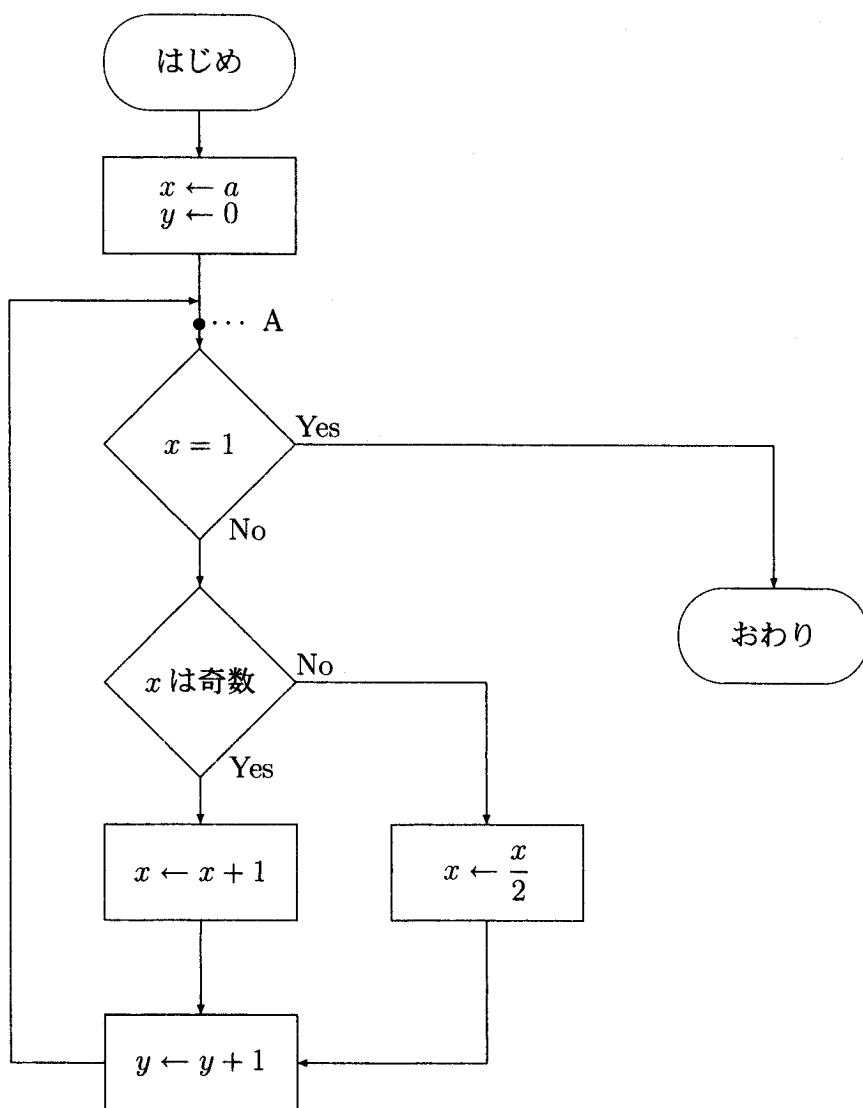
- (1) 複素数平面上で、 z が原点と点 α を通る直線上 (ただし、点 $\frac{\alpha}{2}$ を除く) を動くとき、 w を表す点は原点と点 $\bar{\alpha}$ を通る直線上にあることを示せ。
- (2) 複素数平面上で、 z が不等式 $|z| > 1$ を満たすとき、複素数 w を表す点はどのような図形上を動くか。

13 - **[ア]** 12 枚のカードがある。このうち 4 枚のカードには数字 0 が書いてあり, 残り 8 枚のカードには数字 1 が書いてある。この 12 枚のカードから同時に 3 枚のカードを取り出す。このとき, 取り出したカードの数字を X, Y, Z とおく。ただし, $X \leq Y \leq Z$ とする。

- (1) $X = 1$ となる確率 $P(X = 1)$ を求めよ。
- (2) $X + Y + Z$ の期待値 $E(X + Y + Z)$ と分散 $V(X + Y + Z)$ を求めよ。
- (3) $Y = 0$ であるとき, $Z = 1$ となる条件つき確率を求めよ。

13 - **イ** a, k は正の整数とする。次頁の流れ図のプログラムを実行する。

- (1) $a = 5, 6, 7, 8$ のそれぞれの場合に, このプログラム実行開始から終了までの A 点における x, y の値の表を作成せよ。
- (2) $a = 9$ のとき, このプログラム実行開始から終了までの A 点における x の値を 2 進法で表示せよ。
- (3) $a = 2^k + 1$ であるとき, プログラム終了時の y の値を k を用いて表せ。



13 - **ウ** α は絶対値 1 の複素数とし, 複素数 z に対して, $w = \frac{\bar{\alpha}z - 2}{2z - \alpha}$ とおく。ただし $\bar{\alpha}$ は α の共役複素数を表す。

- (1) 複素数平面上で, z が原点と点 α を通る直線上 (ただし, 点 $\frac{\alpha}{2}$ を除く) を動くとき, w を表す点は原点と点 $\bar{\alpha}$ を通る直線上にあることを示せ。
- (2) 複素数平面上で, z が不等式 $|z| > 1$ を満たすとき, 複素数 w を表す点はどのような図形上を動くか。