

平成16年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から解答を始めるよう合図があつたら、まず最初に解答用紙の上部の所定欄には受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ必ず記入すること。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがある。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は14頁である。落丁／乱丁または印刷の不備なものがあれば申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 退室の際には、解答用紙は記入の有無にかかわらず机の上に置いておくこと。
10. この冊子は持ち帰ってよい。

1 整式 $x^4 + ax^3 + ax^2 + bx - 6$ が整式 $x^2 - 2x + 1$ で割り切れるとき a, b の値を求めよ。

2

24枚からなるカードの組がある。この組のそれぞれのカードには1から6までの数がひとつ書かれており、各数についてそれぞれ4枚ずつある。この組から2枚のカードを同時に引く。

- (1) 2枚のカードの数が同じになる確率を求めよ。
- (2) 2枚のカードの数の差が3以上となる確率を求めよ。
- (3) 2枚のカードの数の和の期待値を求めよ。

3 正の数 a を初項とする公差 3 の等差数列を a_1, a_2, a_3, \dots とし,

$$S_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$$

とする。

- (1) 一般項 a_n を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ のとき, S_n を a と n を用いて表せ。
- (3) 100 以上のすべての n に対して

$$S_n \geq \frac{1}{3a+1}$$

が成立する a の最大値を求めよ。

4 1辺の長さが1の正三角形ABCがある。辺BCの中点Mを中心とする半径 r の円が辺ABおよび辺ACと共有点をもつとき、ABとの共有点のうち頂点Aに近い方の点をDとし、ACとの共有点のうち頂点Aに近い方の点をEとする。

(1) ADの長さが $\frac{3}{4}$ であるとき、 r の値を求めよ。

(2) ADの長さを x とおくとき、 r^2 を x の式で表せ。

(3) $\angle DME = \theta$ とおくとき、 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ となる r の値を求めよ。

5 3次関数 $f(x)$ および 2次関数 $g(x)$ を

$$f(x) = x^3, \quad g(x) = ax^2 + bx + c$$

とし、 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフが点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{8}\right)$ で共通の接線をもつとする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) b, c を a を用いて表せ。

(2) $f(x) - g(x)$ の $0 \leq x \leq 1$ における最小値を a を用いて表せ。

6 $0 < t < 1$ とする。2 次方程式

$$x^2 - 2tx + 1 = 0$$

の解のひとつを α とする。複素数平面上の 4 点を $O(0)$, $A(-1)$, $B(1)$, $P(\alpha)$ とし, AB を直径とする円を C とする。点 A を通り OP に平行な直線が円 C と交わる A 以外の点を Q とする。

- (1) $|\alpha|$ を求めよ。
- (2) 四角形 $ABPQ$ の面積が最大となる t の値とそのときの面積を求めよ。

7 xy 平面上の動点 A は原点 $O(0, 0)$ を出発し, x 軸上を点 $(2, 0)$ まで動くとする。また動点 B は点 $(0, 1)$ を出発し, $AB = OB = 1$ なる条件を満たしながら第 1 象限内を点 $(1, 0)$ まで動くとする。点 P は線分 AB 上の点で $2BP = OA$ を満たす。

(1) $\angle AOB = \theta$ とするとき, 点 P の座標を θ で表せ。ただし点 A が点 O と一致するときを除く。

(2) 点 P の軌跡と x 軸, y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

8 n を自然数とする。 n 次多項式 $P_n(x)$ は、 $n+1$ 個の整数 $k = 0, 1, 2, \dots, n$ に対して

$$P_n(k) = 2^k - 1$$

を満たす。

- (1) $P_2(x) - P_1(x)$ および $P_3(x) - P_2(x)$ を因数分解せよ。
- (2) $P_n(x)$ を求めよ。

9 N を自然数とする。

$$a_1 = N, \quad a_{n+1} = \left\lfloor \frac{1}{2} \left(a_n + \left\lfloor \frac{N}{a_n} \right\rfloor \right) \right\rfloor \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ について以下の問いに答えよ。ここで $\lfloor x \rfloor$ は x をこえない最大の整数を表す。

(1) $a_n \geq \lfloor \sqrt{N} \rfloor$ を証明せよ。

(2) $a_n \leq a_{n+1}$ ならば $a_n = \lfloor \sqrt{N} \rfloor$ であることを証明せよ。

10 - [ア] xyz 空間内に点 $A(1, 1, 2)$ と点 $B(-5, 4, 0)$ がある。点 C が y 軸上を動くとき、三角形 ABC の面積の最小値を求めよ。

10 - [イ] x を実数とすると、 $[x]$ は x をこえない最大の整数を表す。

(1) 整数 $\left\lfloor \frac{2^{10}}{10} \right\rfloor$ を 2 進法で表せ。

(2) 次の手続きを考える。

(i) 初期値設定 $b \leftarrow f(a), s \leftarrow 0$ を行う。

(ii) 次の枠内を $b < c$ となるまで繰り返す:

$s \leftarrow s + b, b \leftarrow g(b * r)$ を順次実行する。

(iii) 上の繰り返し終了後 $t \leftarrow h(s)$ を行う。

定数 a, r, c と関数 f, g, h をそれぞれ $a = \frac{1}{10}, r = \frac{1}{2}, c = 1,$
 $f(x) = \lfloor 2^{10}x \rfloor, g(x) = [x], h(x) = 2^{-10}x$ として上の手続きを実行する。このとき (ii) の繰り返しの回数と、実行後の t の値を求めよ。

11 - [ア] xyz 空間内に点 $A(1, 1, 2)$ と点 $B(-5, 4, 0)$ がある。点 C が y 軸上を動くとき、三角形 ABC の面積の最小値を求めよ。

11 - [イ] x を実数とすると、 $[x]$ は x をこえない最大の整数を表す。

(1) 整数 $\left\lfloor \frac{2^{10}}{10} \right\rfloor$ を 2 進法で表せ。

(2) 次の手続きを考える。

(i) 初期値設定 $b \leftarrow f(a), s \leftarrow 0$ を行う。

(ii) 次の枠内を $b < c$ となるまで繰り返す:

$s \leftarrow s + b, b \leftarrow g(b * r)$ を順次実行する。

(iii) 上の繰り返し終了後 $t \leftarrow h(s)$ を行う。

定数 a, r, c と関数 f, g, h をそれぞれ $a = \frac{1}{10}, r = \frac{1}{2}, c = 1,$
 $f(x) = \lfloor 2^{10}x \rfloor, g(x) = \lfloor x \rfloor, h(x) = 2^{-10}x$ として上の手続きを実行
する。このとき (ii) の繰り返しの回数と、実行後の t の値を求めよ。

11 - [ウ] 52 枚からなるカードの組がある。この組のそれぞれのカードには 1 から 13 までの数がひとつ書かれており、各数についてそれぞれ 4 枚ずつある。この組から 1 枚目のカードを引き、そのカードに書かれている数を X とする。次にこのカードをもとへ戻さずに 2 枚目のカードを引き、そのカードに書かれている数を Y とする。 X, Y のうちの大きい方の数を Z とする。ただし 2 つの数が同じ場合は、その数を Z とする。

- (1) $X = i$ ($i = 1, 2, \dots, 13$) のとき、 $Y = j$ ($j = 1, 2, \dots, 13$) となる条件つき確率を求めよ。
- (2) $X = Y$ となる確率を求めよ。
- (3) Z の期待値を求めよ。

問題の選択に関する注意

1. 志望学部・学科等により、以下に示す問題に解答すること。
2. 問題**10**と**11**では、「数学A」、「数学B」、「数学C」の履修内容に応じた選択問題が出題されている。これらの問題については、[ア]、[イ]または[ア]、[イ]、[ウ]の中から1題だけを選択し、解答すること。もし2題以上解答した場合には、0点になることがある。
3. 解答用紙の問題番号に続く選択記号欄では、解答する問題の記号([ア]、[イ]、[ウ])を必ず丸で囲むこと。もし選択記号を丸で囲って選択していない場合には、0点になることがある。

科目	学部・学科等	問題番号
数学I 数学A	教育学部 自然教育・技術教育系 情報教育系	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4
数学I 数学II 数学A 数学B	文学部 行動科学科 法経学部	<input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 10 [ア] [イ] (選択)
	園芸学部	<input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 11 [ア] [イ] [ウ] (選択)
数学I 数学II 数学III 数学A 数学B 数学C	理学部 生物学科，地球科学科 工学部 A コース 都市環境システム学科 デザイン工学科	<input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 11 [ア] [イ] [ウ] (選択)
	理学部 物理学科，化学科 医学部 薬学部 工学部 A コース 電子機械工学科 情報画像工学科 メディカルシステム工学科 共生応用化学科	<input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 11 [ア] [イ] [ウ] (選択)
	理学部 数学・情報数理学科	<input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 7 <input type="checkbox"/> 8 <input type="checkbox"/> 9 <input type="checkbox"/> 11 [ア] [イ] [ウ] (選択)