

物 理

解答はすべて各問題の指示にしたがって解答用紙の該当欄に記入せよ。

- 1 以下の (1) から (10) に適切な数式を, (a) から (g) に適切な数値を, また (i) から (iii) に適切な語句を入れよ。ただし, 重力加速度を g [m/s^2], 円周率を π とする。また, 数値計算の際には, 簡単のため $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\pi = 3.1$ と置き, 有効数字2桁で答えよ。空気抵抗や大気の流れなどは無視できるものとする。

図1に示すように, 水平な地面から, 質量 m [kg] の小球を, 初速度 $\vec{v}_0 = (v_0 \cos \theta, v_0 \sin \theta)$ [m/s] で投げ上げた。ただし, 投げ上げた点を原点とし, 初速度を含む鉛直面内で水平右向きに x 軸を, また鉛直上向きに y 軸をとる。このとき, t 秒後の速度 \vec{v} と位置 \vec{r} は, それぞれ $\vec{v} = ($ (1) $,$ (2) $)$ [m/s], $\vec{r} = ($ (3) $,$ (4) $)$ [m] となる。また, ボールの落下点までの距離は, v_0 と θ の関数として (5) [m] と表される。このことから, もっとも遠くまで投げるには, 水平方向から上向きに角 $\theta =$ (a) $^\circ$ で投げればよいことがわかる。たとえば, 野球選手が初速度の大きさ時速 150 km/h で遠投したときのボールの最大到達距離は, (b) m となる。

上の \vec{v} と \vec{r} を時間の関数として表した式は, さまざまな計算に利用できる。たとえば, 図2に示すように, 時速 180 km/h で海面の 80 m 上方を水平飛行する軽飛行機から, 海面上のボートにいる人に食料の包みを届けるためには, 包みを (c) m 手前で静かに手放す必要がある。

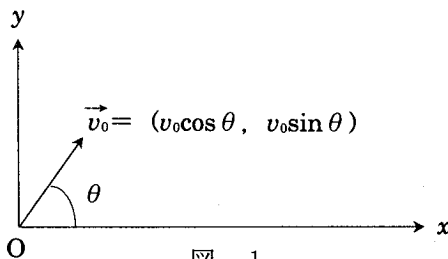


図 1

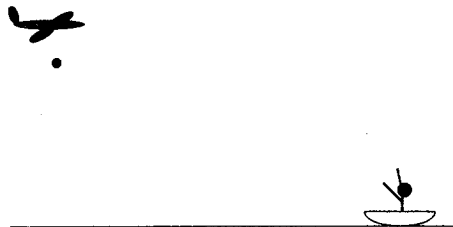


図 2

つぎに、等速円運動について考えよう。半径 R_0 [m] の円周上を一定の角速度 ω_0 [rad/s] で等速円運動する物体がある。この物体の速さは [m/s] で、その方向は円の 方向である。また、この物体の加速度の大きさは [m/s²] で、その方向は円の を向く。

図3に示すように、地球は半径 $R = 6.4 \times 10^6$ m、質量 $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg をもった球と考えることができ、一定の角速度 $\omega =$ rad/s で自転している。地表にある物体に働く重力は、万有引力と遠心力の合力であり、遠心力を無視すれば、万有引力定数 G は、 g を用いて $G =$ [N · m² / kg²] と表すことができる。また g を用いると、地球表面すれすれの円軌道をまわる人工衛星の速さは、 [m/s] と表すことができ、数値にして m/s の大きさである。この人工衛星を地球表面に水平に打ち出すことを考える。地球の自転を考慮すると、打ち上げに必要なエネルギーを最小にするには、緯度 ° の地点から 方向に打ち出せばよい。また、そのときの打ち出す速さは [m/s] となり、数値にして m/s の大きさである。

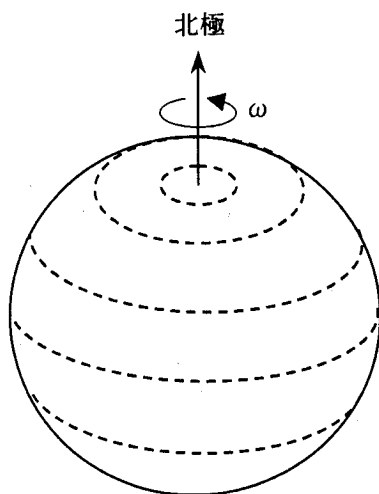


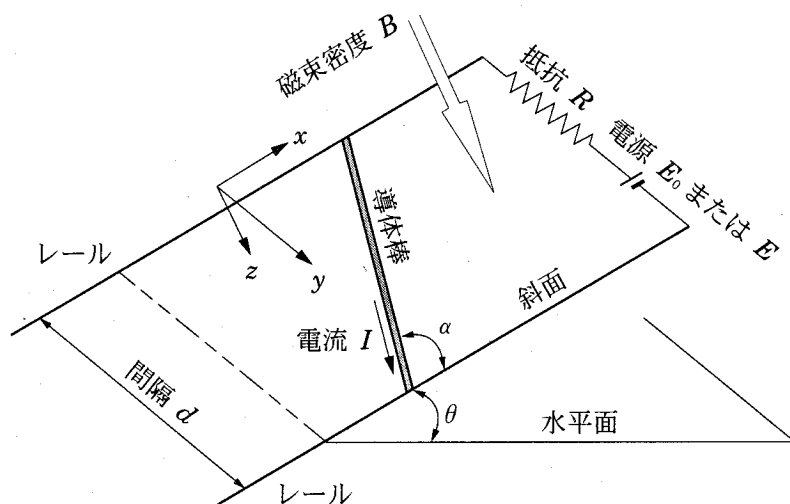
図 3

2 次の文章の (1) から (10) に適切な数式を、また (i) から (ii) には与えられた語句から適切な語句を選択して解答せよ。

図のように座標軸 (x, y, z) を選ぶ。水平面と角 θ [rad] をなす斜面 (xy 面) の最大傾斜方向に沿って十分に長い、互いに平行な 2 本の導体レールを間隔 d [m] 離して固定した。レールの一端に抵抗 (抵抗値 R [Ω]) と直流電源 (電圧 E_0 [V]) が接続されている。また、磁束密度 B [T] の一様な磁界が斜面に垂直 ($+z$ 軸方向) に加えられている。

さらに、長さが $\frac{d}{\sin \alpha}$ [m] で、質量が m [kg] の導体棒を、レールとの交差角 α [rad] でレールの上に置いた。導体棒は、角 α 一定で、電気的接触を保ちながらレール上を $\pm x$ 軸方向にのみ移動できるものとする。以下では、レールや導体棒の抵抗、接触抵抗、電源の内部抵抗、導体棒の運動の際の空気抵抗やレールとの摩擦は無視できるものとする。

また、重力加速度は g [m/s^2] を用いよ。



I はじめ、導体棒はレール上に固定されている。導体棒に流れる電流 I [A] の正の向きを図に示す向きを選ぶ。このとき、導体棒に働く力の x 軸方向の成分は (1) [$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$] と表され、流れる電流 I は (2) [A] となる。つぎに導体棒の固定をはずしたが、導体棒はそのまま静止状態を保った。このときの抵抗値 R を電源電圧 E_0 などを用いて表すと (3) [Ω] となる。

II 抵抗値 R を、この (3) の値に固定する。つぎに電源電圧を、 $E (\neq E_0)$ [V]に変更した。この場合も導体棒は、はじめレール上に固定されている。導体棒の固定をはずしたところ、今度は導体棒が $+x$ 軸方向に動き出した。このとき、変更後の電圧 E は最初の電圧 E_0 に比べ、 (i) 大きい；小さい；等しい と結論できる。

時刻 t における、導体棒の速度 (x 軸方向) を v [m/s] とする。このとき、導体棒、レール、抵抗、直流電源で作られる回路に発生する誘導起電力は磁束の時間変化から求めることができるが、ここでは次の手順で求めよう。

レールと直角に交差し、 x 軸方向に速度 v [m/s] で運動する導体棒を考えると、運動方向に直角な導体棒の長さ方向、 $-y$ 軸方向に、単位長さあたり (4) [V] の誘導起電力が発生する。

しかし、この設問のように、レールと角 α [rad] だけ傾いている導体棒が運動している場合、導体棒の長さ方向 1 m あたりの誘導起電力は (4) の

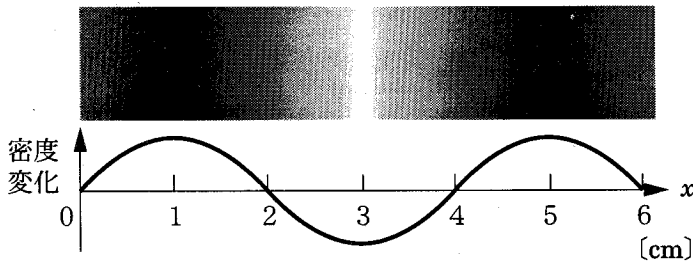
値の (ii) $\sin \alpha ; \cos \alpha ; \frac{1}{\sin \alpha} ; \frac{1}{\cos \alpha}$ 倍となる。

さらに、導体棒の長さ $\frac{d}{\sin \alpha}$ [m] を考慮に入れると、結局この回路に発生する電源電圧 E を妨げる向きの誘導起電力は、 (5) [V] である。したがって、回路に流れる電流 I は (6) [A] と求められる。このとき、導体棒に働いている力の x 軸方向成分を (3) を用いて、抵抗 R を消去した形で表すと (7) [$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$] となる。

III II の実験を、電源電圧を最初 $E = 2 E_0$ と設定して実施した。導体棒の速度は、充分時間が経過すると一定の速度 v_L (以下終端速度と呼ぶ) (8) [m/s] となる。この時刻をあらためて、 $t = 0$ とする。 $t = 0$ で直流電源の電圧をすばやく $E = 0$ に変えた。この後、再び充分時間が経過した後の終端速度は (9) [m/s] となり、そのとき流れる電流 I は (10) [A] である。

3 次の文章に (a) から (d) には数値を, (1) から (5) には数式を, (i) には適切な語句を入れよ。ただし, (Z) は解答欄にグラフをかけ。また, 重力加速度を g [m/s²], 気体定数を R [J/mol · K] とする。数値計算は有効数字 2 桁で答えよ。

問 1 スピーカーを振動数 f [Hz] で振動させると周囲の空気が振動し, 密度の濃淡による音波が発生する。空気が密なところは圧力が高く, 疎なところは圧力が低い。音波の進行方向は媒質(空気)の振動方向と平行で, このような波を (i) という。音波の進む方向を x 軸の正の向きにとったとき, ある時刻で空気の密度変化が図のようになった。このときの音速 v は 340.0 m/s である。このグラフから, 音波の波長 λ は (a) m, 振動数 f は (b) Hz となる。各点 x での媒質の振動の変位 (+ x 軸方向の変位を正とする) を求め, それを縦軸に, x を横軸にとりグラフに表すと, おおよそ (Z) となる。このグラフから密度変化と変位は, 位相が (c) ° だけずれているのがわかる。



図

問 2 音速は温度の上昇とともに増大する。この理由を以下のように考えてみよう。

空気の密度を ρ [kg/m³], 圧力 P [Pa] とすると, 音速 v [m/s] は

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

で与えられる。ただし、 γ は定数である。空気を体積 $V(\text{m}^3)$ 、圧力 $P(\text{Pa})$ 、絶対温度 $T(\text{K})$ の n モル(記号 mol)の理想気体と考えると、その状態方程式から圧力 P は (1) である。また、1 molの空気の質量を $M(\text{kg})$ とすると空気の密度 ρ は (2) である。 (1) と (2) から、音速 v は (3) となる。音速は摂氏温度で表すことが多い。絶対温度 T を摂氏温度 $t(^{\circ}\text{C})$ ($T = 273 + t$)に変換する。 t での音速 v は、 0°C の音速を v_0 と表すと、 $v/v_0 =$ (4) となる。温度が室温付近なら、 t は 273 度に比べて十分小さいので、 $\sqrt{1+x} \doteq 1 + \frac{1}{2}x$ の近似式が使える。これを用いると、音速は (5) となる。空気の場合、 $v_0 = 331.5 \text{ m/s}$ なので、温度が 1°C 上昇すると、音速は (d) m/s 速くなるのがわかる。