数　学

（数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B）

9：00〜11：00

注　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号	
数学0—1	（問[1]用），
数学0—2	（問[2]用），
数学0—3	（問[3]用），
数学0—4	（問[4]用），
数学0—5	（問[5]用）の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. **受験番号および座席番号（上下2箇所）は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。**
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解答上の注意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

◇M10(630—93)

1 座標空間の4点 A$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2},\ 0\right)$，B$(0,\ 0,\ 1)$，
C$\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{2},\ -1\right)$，D$\left(\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2},\ -1\right)$に対し，

$$\vec{p}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}},\qquad \vec{q}=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OC}}+s\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

とおく。ただし，Oは原点，sとtは実数とする。

(1) $|\vec{p}|$，$|\vec{q}|$と内積$\vec{p}\cdot\vec{q}$をs，tで表せ。

(2) $t=\frac{1}{2}$のとき，ベクトル$\vec{p}$と$\vec{q}$のなす角が$\frac{3}{4}\pi$となるようなsの値を求めよ。

(3) sとtが実数を動くとき，$|\vec{p}-\vec{q}|$の最小値を求めよ。

2 $z+\frac{4}{z}$が実数となるような0と異なる複素数zの全体をDとする。

(1) Dを複素数平面上に図示せよ。

(2) kを実数とする。Dに属するzで方程式

$$k\left(z+\frac{4}{z}+8\right)=i\left(z-\frac{4}{z}\right)$$

を満たすものが存在するようなkの値の範囲を求めよ。ただし，iは虚数単位を表す。

3 数字の2が書かれたカードが2枚，同様に，数字の0，1，8が書かれたカードがそれぞれ2枚，あわせて8枚のカードがある。これらから4枚を取り出し，横一列に並べてできる自然数をnとする。ただし，0のカードが左から1枚または2枚現れる場合は，nは3桁または2桁の自然数とそれぞれ考える。例えば，左から順に0，0，1，1の数字のカードが並ぶ場合のnは11である。

(1) a，b，c，dは整数とする。$1000a+100b+10c+d$が9の倍数になることと$a+b+c+d$が9の倍数になることは同値であることを示せ。

(2) nが9の倍数である確率を求めよ。

(3) nが偶数であったとき，nが9の倍数である確率を求めよ。

4 座標平面上に3点O$(0,0)$，A$\left(\frac{15}{2},0\right)$，B$(11,11)$がある。条件

$$\mathrm{BQ} \geqq \mathrm{OQ} \geqq 2\,\mathrm{AQ}$$

を満たす点Q(x,y)の全体をDとする。

(1) Dを座標平面上に図示せよ。また，$\mathrm{BQ}=\mathrm{OQ}=2\,\mathrm{AQ}$となるすべての点Qの座標を求めよ。

(2) $0<p\leqq 11$とし，Pを点$(p,11)$とする。条件$\mathrm{OQ}\geqq\mathrm{PQ}$を満たす$D$の点Qが存在するような$p$の値の範囲を求めよ。

5 2つの関数

$$f(x)=\cos x,\quad g(x)=\sqrt{\frac{\pi^2}{2}-x^2}-\frac{\pi}{2}$$

がある。

(1) $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$のとき，不等式$\frac{2}{\pi}x\leqq\sin x$が成り立つことを示せ。

(2) $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$のとき，不等式$g(x)\leqq f(x)$が成り立つことを示せ。

(3) $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$の範囲において，2つの曲線$y=f(x)$，$y=g(x)$および$y$軸が囲む部分の面積を求めよ。

◇M10(630—95)