## （理　系　学　部）

**1**　(1)　次の不等式の表す領域 $D$ を図示せよ。

$$|x| \leqq y \leqq -\frac{1}{2}x^2+3$$

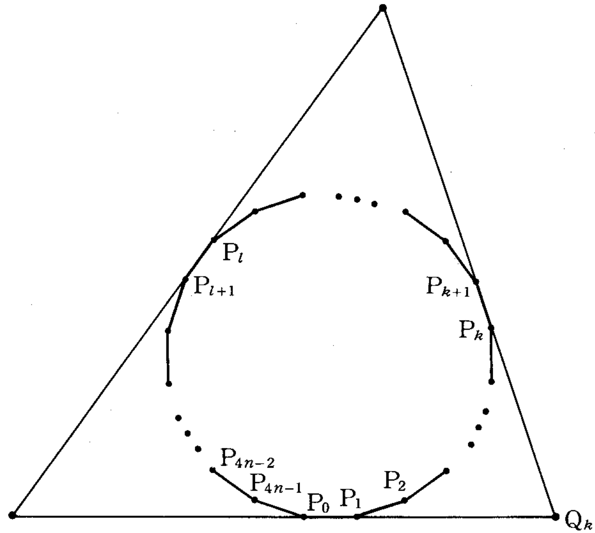
(2)　点Aを$\left(-\frac{7}{2},\ 0\right)$とし，点Bを直線ABが$y=-\frac{1}{2}x^2+3$に接するような領域 $D$ の点とする。点Pが $D$ を動くとき三角形ABPの面積の最大値を求めよ。

(3)　領域 $D$ の点$(x,\ y)$について$\dfrac{y}{x+\frac{7}{2}}$がとる値の範囲を求めよ。

**2** $n$を自然数とし，正$4n$角形$P_0 \cdots P_{4n-1}$を考える。

(1) 辺$P_0P_1$と辺$P_kP_{k+1}$（$1 \leqq k \leqq 2n-1$）を延長した直線の交点を$Q_k$とする。このとき，$\angle P_0Q_kP_{k+1}$の大きさを求めよ。

(2) 3辺$P_0P_1$，$P_kP_{k+1}$，$P_lP_{l+1}$（$k<l$）を延長したとき，正$4n$角形$P_0 \cdots P_{4n-1}$を含む鋭角三角形ができるような$k$と$l$の組は何通りあるか。



**3** 空間内の4点 $\mathrm{O}(0, 0, 0)$，$\mathrm{A}(-1, 1, 0)$，$\mathrm{B}(1, 0, 0)$，$\mathrm{C}(0, 1, 1)$をとる。

(1) 直線OA上の点HをとってCHとOAが垂直であるようにする。Hの座標を求めよ。$\angle \mathrm{CHC}' = \theta$として$\cos\theta$の値を求めよ。ただし$\mathrm{C}' = (0, 1, 0)$とする。

(2) 直線OA上の点Pと直線BC上の点Qとの距離$\overline{\mathrm{PQ}}$が最小となるP，Qの座標を求めよ。

**4** 次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $Ae^x - x = 0$ が $0 < x < 3$ の範囲で異なる 2 つの解をもつための実数 $A$ の範囲を求めよ。ただし $e = 2.71\cdots$ は自然対数の底である。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t \cos t\, dt$ の値を求めよ。

(3) $\begin{cases} \log f(x) = x - 3 + 2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)\cos t\, dt \\ f(0) < 1 \end{cases}$

をみたす関数 $f(x)$ が 2 つ存在することを示せ。ただし，log は自然対数とする。

**5** 次の問いに答えよ。

(1) 正の数 $t$，実数 $p$，$q$ に対して関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は，条件

$$f(0) = 1,\ f'(0) = 2,\ f(t) = p,\ f'(t) = q \cdots\cdots (*)$$

をみたすとする。このとき，$c$，$d$ を求め，$a$，$b$ を $t$，$p$，$q$ で表せ。

(2) 上の条件 $(*)$ をみたす $f(x)$ について，3つの不等式 $a \leqq 0$，$b \leqq 0$，$p \geqq 0$ を同時にみたすような $p$，$q$ によって定まる点 $(p,\ q)$ のなす領域を座標平面上に図示し，その面積 $S$ を $t$ を用いて表せ。

(3) $t$ が $t > 0$ なる範囲を動くとき，$S$ の値が最小となる $t$ の値と $S$ の最小値を求めよ。