前期日程

令和７年度入学試験問題

物　理

注　意　事　項

1．　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけません。

2．　解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入しなさい。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。

3．　本学の受験番号をすべての解答用紙の指定されたところへ正しく記入しなさい。氏名を書いてはいけません。

4．　この問題冊子は，表紙を含めて16ページあります。ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，監督者に申し出なさい。

5．　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

・式を解答する問題については，数学的に等価な解答は正答とする。
・解答に単位は必要ない。
・円周率が必要な場合はπを用いよ。

1 図1のように，水平面となす角 θ〔rad〕のなめらかな斜面があり，斜面上にばね定数 k〔N/m〕のばねが置かれている。ばねの一端は斜面下部の壁に固定されており，ばねの先端には質量 M〔kg〕の板が取り付けられている。板の上には質量 m〔kg〕の小球が置かれており，ばねが自然の長さから d〔m〕縮んだ状態で小球は静止していた。図1はこの状態の図である。このときのばねの先端の位置をつり合いの位置とよぶことにする。つり合いの位置を原点とし斜面に沿って x 軸をとる。x 軸は斜面に沿って上向きを正とする。次に図2のように，小球をつり合いの位置から斜面に沿って D〔m〕だけ静かに手で押しつけ静止させ，静かに手をはなす。この押しつけ量 D の違いにより，小球と板が一体となって運動する場合と小球と板が離れる場合がみられた。以下の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。板の厚さ，小球の大きさ，ばねの質量，および空気抵抗は無視せよ。

(a) つり合いの位置でのばねの縮み量 d を θ，k，M，m，g を用いて表せ。

(b) 押しつけ量 D が小さいとき，小球と板は一体となって単振動した。小球が板から受ける力を f〔N〕，小球と板の加速度を a〔m/s^2〕とする。これらは x 軸の向きを正とする。

(i) 小球の運動方程式を θ，m，g，f，a を用いて表せ。

(ii) ばねの先端の位置を x として，板の運動方程式を θ，k，M，d，x，g，f，a を用いて表せ。ここでは，つり合いの位置でのばねの縮み量 d を用い，問(a)の答えを代入しないこと。

(iii) 問(b)(i)と問(b)(ii)の運動方程式から a を消去し，ばねの先端の位置が x のときの小球が板から受ける力 f を x の関数とし，k，M，m，d，x を用いて表せ。ここでは，つり合いの位置でのばねの縮み量 d を用い，問(a)の答えを代入しないこと。

(iv) ばねの先端の位置を x として，小球と板を一つの物体と考えたときの小球と板からなる物体の運動方程式を示せ。ここでは，つり合いの位置でのばねの縮み量 d に問(a)の答えを代入して k，M，m，x，a を用いて表せ。

(v) 単振動の周期 T〔s〕を k，M，m を用いて表せ。

(c) 押しつけ量 D が大きいとき，小球は板から離れた。以下の問いを k，M，m，d，D のうち必要な記号を用いて答えよ。ここでは，つり合いの位置でのばねの縮み量 d を用い，問(a)の答えを代入しないこと。

(i) 問(b)(iii)の結果から小球が板から離れるときのばねの先端の位置 x_0〔m〕を求めよ。

(ii) 小球が板から離れるときの小球の速さ v_0〔m/s〕を求めよ。

(iii) 小球が板から離れるための押しつけ量 D の条件を求めよ。

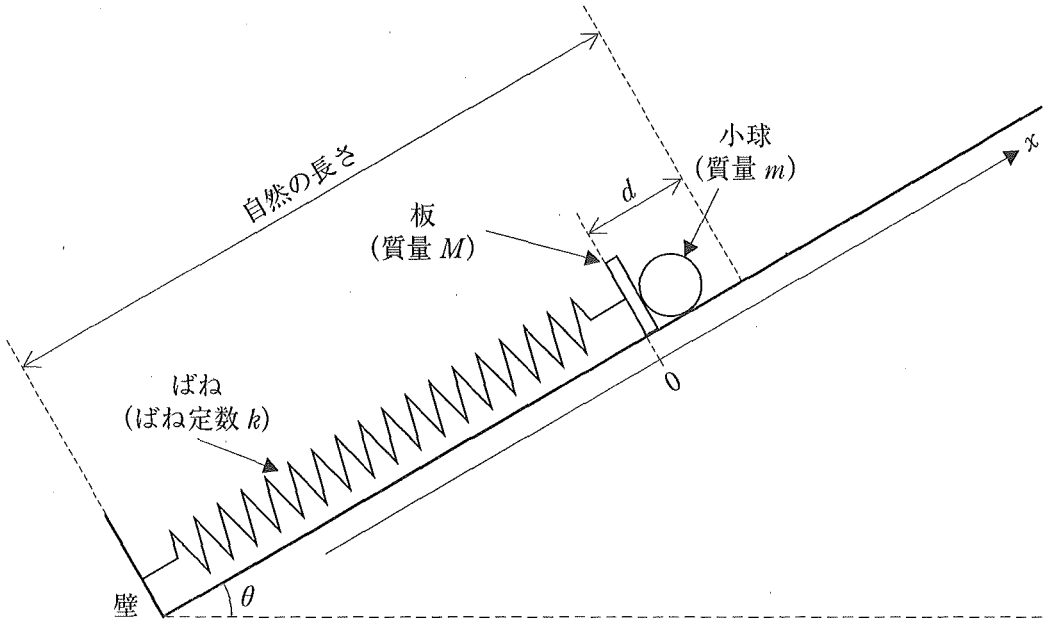


図 1

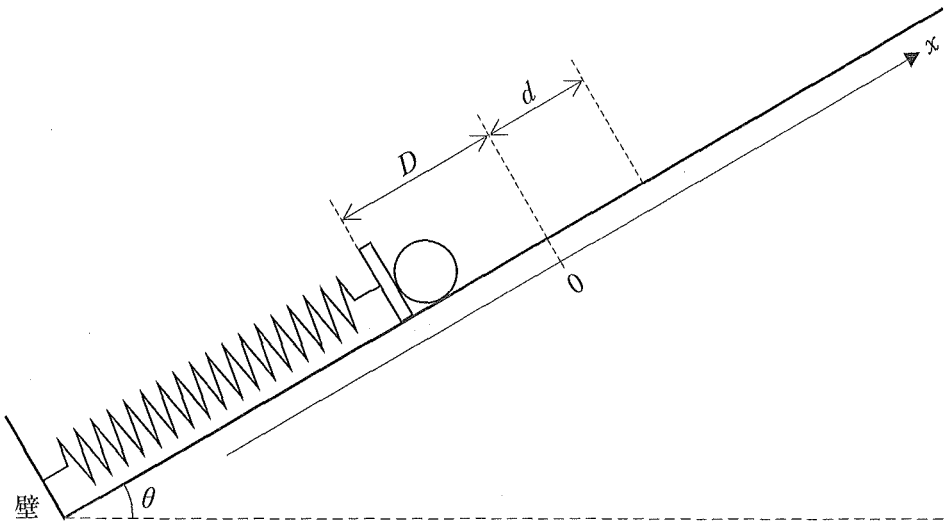


図 2

2 固体中に伝わる波の様子を簡単なモデルで考える。図(a)は，波が伝わっていない状態を表している。質量 m〔kg〕の小球が一定の間隔 d〔m〕で直線上に無限に並び，静止している。小球どうしは自然の長さ d，ばね定数 k〔N/m〕のばねで連結されている。ある小球を0番目として，図(a)のように右向きに番号が大きくなるように小球に通し番号 i をつける。この固体中に，波長 λ〔m〕，振幅 A〔m〕の正弦波の縦波が右向きに伝わっている状態を考える。図(b)のように，i 番目の小球の右向きを正とした変位を図(a)の位置を基準として x_i〔m〕とする。時刻 t〔s〕における x_i は，周期を T〔s〕として，波の式

$$x_i = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{id}{\lambda}\right) \tag{1}$$

で与えられる。次の問いに答えよ。縦波の波長 λ は d よりもじゅうぶん長い。重力の影響は考えない。小球の大きさとばねの質量は無視する。

(a) 縦波の伝わる速さ v〔m/s〕を λ，T を用いて表せ。

(b) i 番目の小球は単振動する。i 番目の小球の右向きを正とした加速度 a_i〔m/s^2〕を x_i，T を用いて表せ。

(c) 小球にはたらく力を考えて，問(b)の加速度 a_i を m，d，k，λ，x_i を用いて表したい。

(i) i 番目の小球の運動方程式を m，k，x_{i-1}，x_i，x_{i+1}，a_i を用いて表せ。

(ii) 問(c)(i)で求めた式の x_{i-1}，x_i，x_{i+1} に式(1)を代入せよ。x_{i-1}，x_{i+1} については式(1)の i をそれぞれ $i-1$，$i+1$ とせよ。

(iii) 問(c)(ii)で求めた式は，加法定理 $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ を用いて，次の式のように表すことができる。 $\boxed{(ア)}$ ， $\boxed{(イ)}$ に入る式を示せ。

$$ma_i = \boxed{(ア)}\ (1 - \cos\boxed{(イ)})A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{id}{\lambda}\right)$$

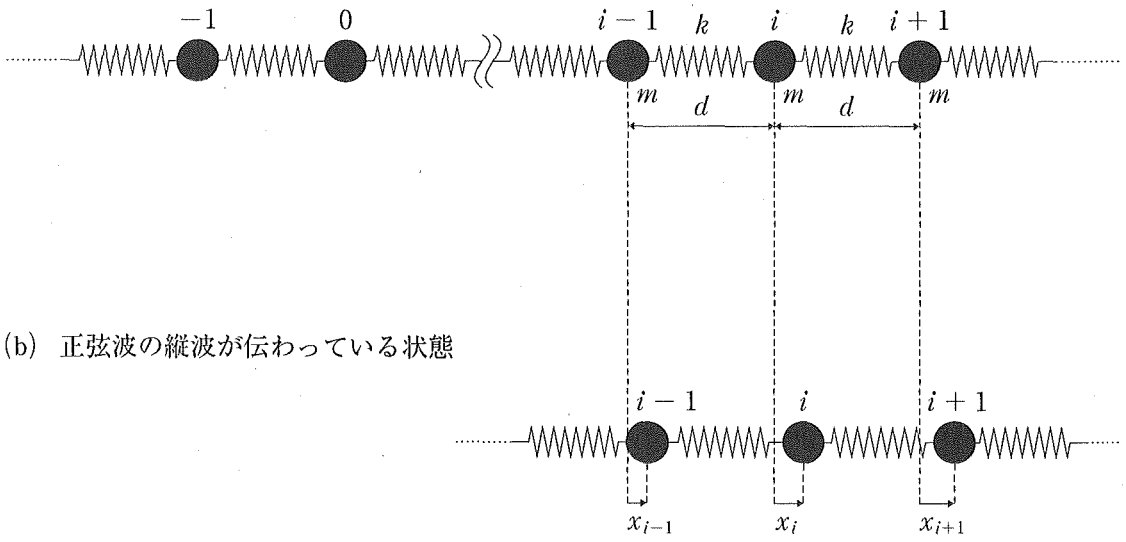
(iv) 問(c)(iii)の $\boxed{(イ)}$ を θ とすると，θ の絶対値が1に比べてじゅうぶん小さいので，$\cos\theta \fallingdotseq 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$ と近似できる。この近似を使い，加速度 a_i を m，d，k，λ，x_i を用いて表せ。

(d) 問(b)と問(c)(iv)の結果を使い，周期 T を m，d，k，λ を用いて表せ。

(e) 縦波の伝わる速さ v を m，d，k を用いて表せ。

(f) ばね定数 k が大きいことは固体が固いことに相当する。ばね定数 k が大きい場合，縦波の伝わる速さがどうなるか解答欄の選択肢の中から適切なものを一つ選び，丸で囲め。

(a) 波が伝わっていない状態



(b) 正弦波の縦波が伝わっている状態

図

3 図1のように，2本の直線導体からなるレールが，間隔L〔m〕で平行かつ水平に固定されている。その左端には内部抵抗が無視できる起電力E〔V〕の電池と抵抗値R〔Ω〕の抵抗が直列に導体で接続されている。その導体の電気抵抗は無視する。磁束密度の大きさがB_1〔T〕の一様かつ時間的に変化しない磁場が2本の直線導体の間に鉛直上向きにかかっており，質量M〔kg〕の導体棒がレール上に置かれている。導体棒とレールは常に垂直である。導体棒と質量m〔kg〕の正方形コイルは，なめらかに回転する軽い定滑車を経て糸でつながれている。導体棒から定滑車までの糸は水平である。レールと正方形コイルの上辺と下辺は常に平行であり，正方形コイルの上辺と下辺は常に同一鉛直面内にある。正方形コイルは一巻きであり，一辺の長さはd〔m〕で，一巻きの抵抗値はr〔Ω〕である。定滑車の鉛直下方の領域Xには，磁束密度の大きさがB_2〔T〕の一様かつ時間的に変化しない磁場が存在する。図2は正方形コイルの各辺が作る面に対して垂直方向から見た図である。磁束密度の大きさがB_2の磁場の向きは正方形コイルの各辺が作る面に対して垂直で手前から奥である。最初，正方形コイルのすべての辺は領域Xの中にある。以下の問いに答えよ。重力加速度の大きさをg〔m/s^2〕とする。直線導体と導体棒の電気抵抗，および，これらの接触による電気抵抗と摩擦は無視せよ。導体棒は電池および抵抗と衝突することはない。糸は質量が無視でき，伸び縮みせず電気を通さない。導線の太さは無視できる。直線導体，導体棒および正方形コイルは変形しない。また，電流が作る磁場および空気抵抗は無視せよ。

(a) はじめ，導体棒は手で押さえられ静止している。図1のように，このときの導体棒の位置を原点としてレールと平行に右向きを正としてx軸をとる。静かに手を離すと導体棒はx軸の負方向に動き，やがて導体棒は一定の速さv_0〔m/s〕になった。この間，図2(a)のように正方形コイルのすべての辺はずっと領域Xの中にあった。

(i) 手を離した瞬間を考える。このときの導体棒が磁束密度の大きさB_1の磁場から受ける力の大きさF_0〔N〕をL，E，R，B_1のうち必要な記号を用いて答えよ。

(ii) 手を離した瞬間を考える。このときの導体棒の加速度a〔m/s^2〕を，x軸の向きを正としてL，E，R，B_1，M，m，gのうち必要な記号を用いて答えよ。

(iii) 手を離したあと，導体棒がx軸の負方向に動くことから，電池の起電力Eが満たしている条件をL，E，R，B_1，m，gのうち必要な記号を用いて答えよ。

(iv) 導体棒が一定の速さv_0になったとき，正方形コイルが領域Xの磁場から受ける力の合力の大きさF_1〔N〕を求めよ。

(v) 導体棒が一定の速さv_0になったとき，導体棒に流れている電流I_0〔A〕をL，B_1，m，gのうち必要な記号を用いて答えよ。

(vi) 導体棒が一定の速さv_0になったとき，電池が供給している電力P_0〔W〕をL，E，B_1，m，gのうち必要な記号を用いて答えよ。

(vii) v_0をL，E，R，B_1，m，gのうち必要な記号を用いて答えよ。

(viii) 導体棒が一定の速さv_0になったとき，正方形コイルにおける単位時間あたりの位置エネルギーの増加分と，単位時間あたりに抵抗で消費するジュール熱の合計P_1〔W〕をL，E，B_1，m，gのうち必要な記号を用いて答えよ。

(b) その後，図2(b)のように正方形コイルの上辺は一定の速さ v_0 で領域Xの最上部に到達した。その瞬間から正方形コイルの下辺が領域Xから抜け出すまで正方形コイルが速さ v_0 を維持するように，正方形コイルに大きさ F_2〔N〕の外力を加えた。以下の問いでは正方形コイルの上辺が領域Xの最上部に到達してから正方形コイルの下辺が領域Xを完全に抜け出すまでのあいだを考える。

(i) このあいだ，正方形コイルには電流が流れた。その電流の向きは図2(c)において時計回り，反時計回り，どちらか答えよ。

(ii) 正方形コイルに加えた外力の向きは鉛直上向き，鉛直下向き，どちらか答えよ。また，その外力の大きさ F_2 を d，r，B_2，v_0 のうち必要な記号を用いて答えよ。

(iii) このあいだに，正方形コイルで発生するジュール熱 W_0〔J〕を d，r，B_2，v_0 のうち必要な記号を用いて答えよ。

(iv) このあいだに，正方形コイルに加えた外力が正方形コイルにする仕事 W_1〔J〕を d，r，B_2，v_0 のうち必要な記号を用いて答えよ。

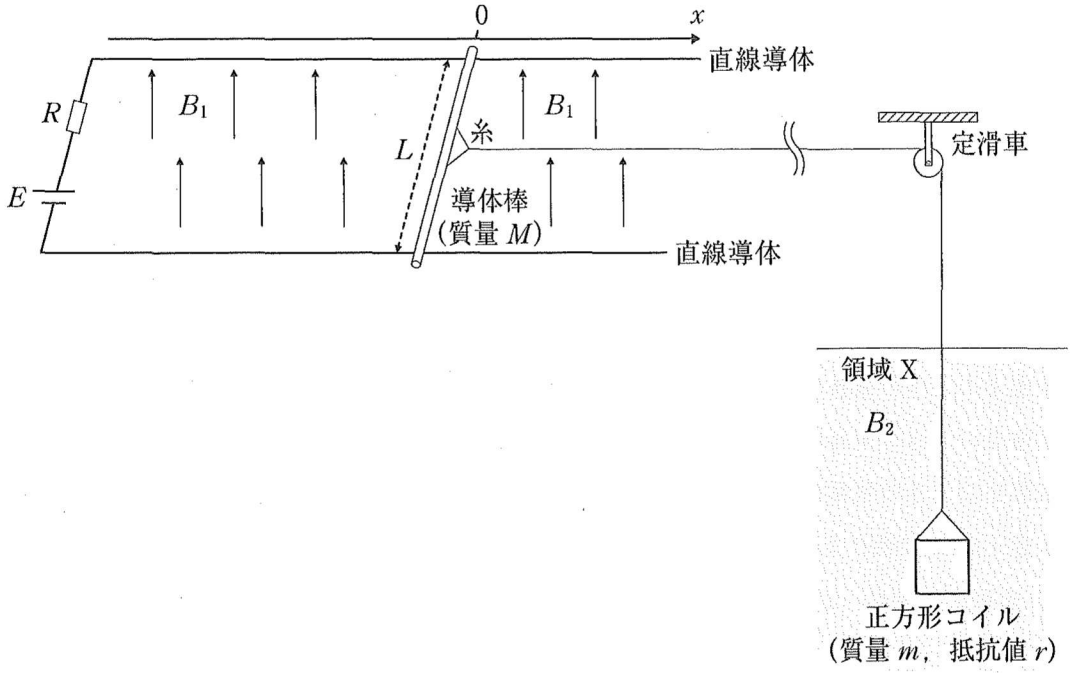


図1

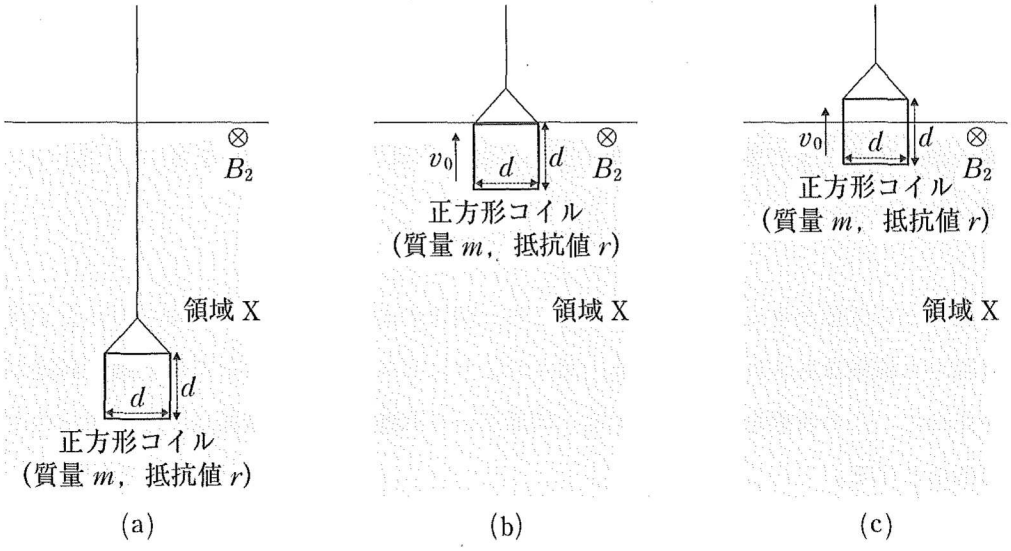


図2

4 大気中に断面積 S〔m^2〕で高さ H〔m〕の円筒形シリンダーが鉛直に置かれている。大気圧は P_0〔Pa〕である。シリンダー内にはピストンがあり，ピストンは鉛直方向になめらかに動くことができる。ピストンの質量は M〔kg〕である。シリンダーとピストンによって囲まれた容器内には n〔mol〕の単原子分子理想気体が閉じ込められている。シリンダーとピストンは断熱材でできている。シリンダーの底部には温度調節器があり容器内の気体を加熱・冷却することができる。以下，容器内の気体を単に気体と記す。シリンダー底面を原点として鉛直上向きに x 軸をとる。はじめ，図1のようにピストンは $x = L$〔m〕の位置で静止している。この状態を状態1とする。以下の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕，気体定数を R〔J/(mol·K)〕とする。ピストンの厚さは無視せよ。温度調節器の体積と熱容量は無視せよ。以下の設問中の液体の密度は ρ〔kg/m^3〕で一定である。液体の蒸発は無視する。液体とシリンダー壁面との間に働く力は無視でき，液体の液面は水平であるとする。

(a) 図1の状態1から，ピストンの高さがつねに L から変わらないように温度調節器によって気体の温度を調節しながら，液面がシリンダーの上端に到達するまでピストンの上部に静かに液体を注入した。図2のように液面がシリンダーの上端に到達したとき液体の注入と気体の加熱を止めた。この状態を状態2とする。

(i) 状態1のときの気体の圧力 P_1〔Pa〕を S，P_0，M，g を用いて表せ。

(ii) 状態1のときの気体の温度 T_1〔K〕を S，P_0，M，n，L，g，R を用いて表せ。

(iii) 状態2のときの気体の圧力 P_2〔Pa〕を S，H，P_0，M，L，g，ρ を用いて表せ。

(iv) 状態2のときの気体の温度 T_2〔K〕を S，H，P_0，M，n，L，g，R，ρ を用いて表せ。

(v) 状態1から状態2まで変化したときの気体の内部エネルギーの変化量 ΔU_{12}〔J〕を S，H，L，g，ρ を用いて表せ。ΔU_{12} は状態2の内部エネルギーから状態1の内部エネルギーを引いたものを記せ。

(vi) 状態1から状態2まで変化したときのピストンの高さと気体の圧力の関係を表す実線を解答用紙の図中に描け。さらに図中にある状態1を表す黒丸のように状態2を黒丸で表せ。この黒丸の左横に状態を示す数字の2を記入せよ。

(vii) 状態1から状態2まで変化したときの気体がピストンにした仕事 W_{12}〔J〕を表せ。

(viii) 状態1から状態2まで変化したときの気体に加えられた熱量 Q_{12}〔J〕を S，H，L，g，ρ を用いて表せ。

(b) 次に状態2から気体をゆっくり加熱したところ，図3のようにピストンはゆっくりと上昇し，シリンダー上部から液体はあふれた。その後，図4のようにピストンがシリンダー上端に到達したところで加熱を止めた。この状態を状態3とする。状態2から状態3の間，液面はシリンダーの上端の位置で水平であるとする。

(i) 状態2と状態3の間の状態でピストンの位置が x'〔m〕のとき，気体の圧力 P'〔Pa〕を S，H，P_0，M，g，ρ，x' を用いて表せ。

(ii) 解答用紙の問(a)(vi)の解答に，状態2から状態3まで変化したときのピストンの高さと気体の圧力の関係を表す実線を追記せよ。また，問(a)(vi)と同様に，状態3を黒丸で表し，黒丸の右横に状態を示す数字の3を記入せよ。

(iii) 状態2から状態3まで変化したときの気体がピストンにした仕事 W_{23}〔J〕を S，H，P_0，M，L，g，ρ を用いて表せ。

(iv) 状態2から状態3まで変化したときの気体の内部エネルギー変化 ΔU_{23}〔J〕を S，H，P_0，M，L，g，ρ を用いて表せ。ΔU_{23} は状態3の内部エネルギーから状態2の内部エネルギーを引いたものを記せ。

(v) 状態2から状態3まで変化したときの気体に加えられた熱量 Q_{23}〔J〕を S，H，P_0，M，L，g，ρ を用いて表せ。

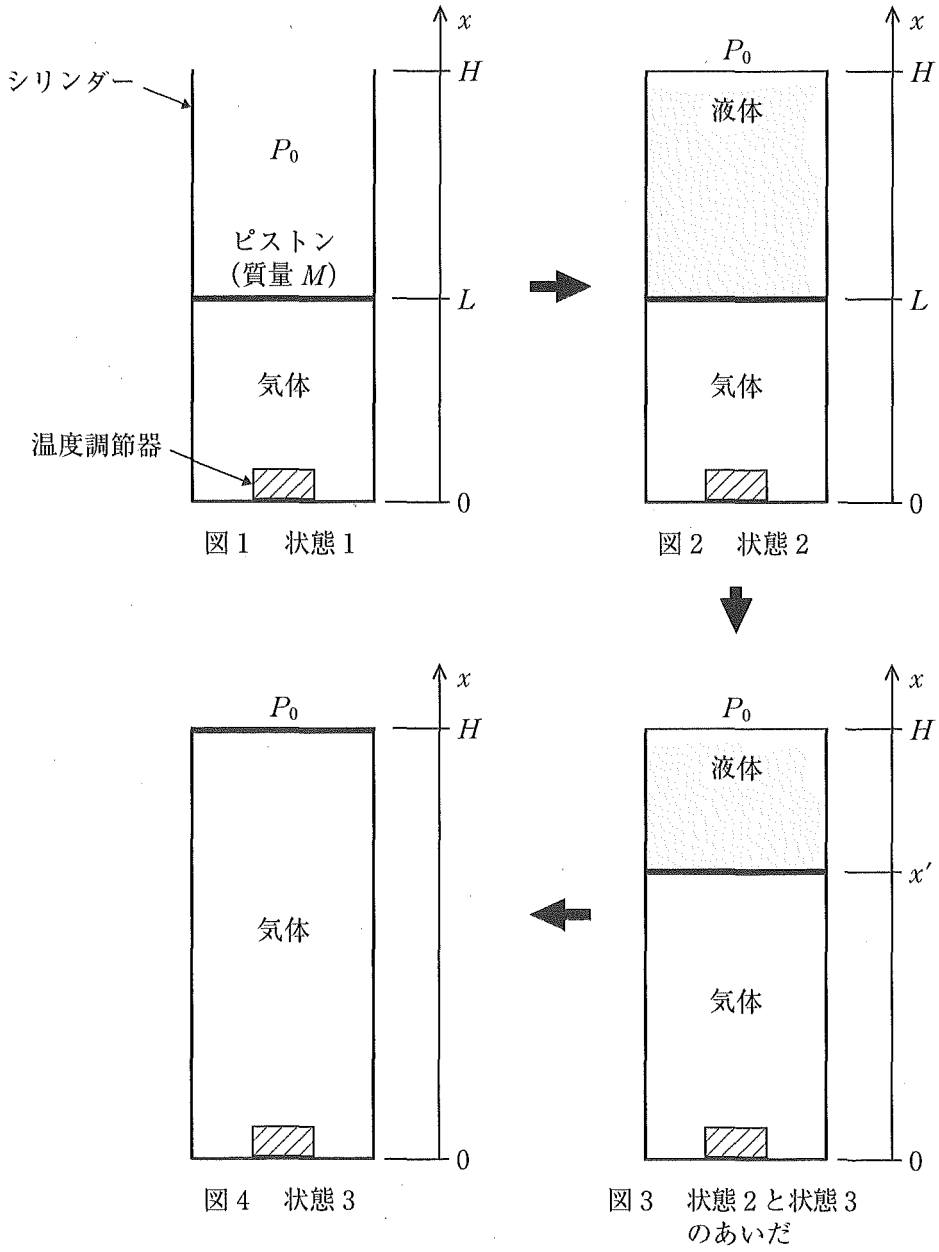


図1　状態1

図2　状態2

図3　状態2と状態3のあいだ

図4　状態3