前期日程

令和７年度入学試験問題

数　学

注意事項

1. この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけません。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入しなさい。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 本学の受験番号をすべての解答用紙の指定されたところへ正しく記入しなさい。氏名を書いてはいけません。
4. この問題冊子は，表紙を含めて 20 ページあります。ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，監督者に申し出なさい。
5. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
医学部	医学科	3，4，5，6，7 の５問
	保健学科	1，2，3，4 の４問
経法学部	全学科	1，2，3，4 の４問
農学部	全学科	1，2，3，4 の４問
工学部	全学科	3，4，5，6 の４問
繊維学部	先進繊維・感性工学科 機械・ロボット学科 化学・材料学科	3，4，5，6 の４問

1 a, b, c, p, q, r を実数とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $a \leqq b$, $p \leqq q$ のとき，$ap + bq \geqq aq + bp$ であることを示せ。

(2) $a \leqq b \leqq c$, $p \leqq q \leqq r$ のとき，$(a+b+c)(p+q+r) \leqq 3(ap+bq+cr)$ であることを示せ。

2 3つのアルファベットa，b，cと，4つの数字1，2，3，4の7つを横一列に並べるとき，以下の問いに答えよ。

(1) アルファベットと数字を交互に並べるとき，その並べ方は何通りあるか。

(2) aをb，cのいずれよりも右に，1，3をそれぞれ2，4のいずれよりも右に並べるとき，その並べ方は何通りあるか。

(3) 1をaよりも右に，2をbよりも右に，3をcよりも右に並べるとき，その並べ方は何通りあるか。

3 平面上に三角形 ABC と動点 P がある。ある定数 k について，

$$\mathrm{PA}^2 + 2\mathrm{PB}^2 + 3\mathrm{PC}^2 = k$$

を満たすように点 P が動くとき，点 P は円を描く。この円の中心を O とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(2) 三角形 OAB，OBC，OCA の面積をそれぞれ S_1，S_2，S_3 とする。このとき，$S_1 : S_2 : S_3$ を求めよ。

4 a は実数とする。関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x^3 - 3(a+2)x^2 + 24ax - 2a^2 - 41a + 28$$

と定めるとき，以下の問いに答えよ。

(1) $f(2) \geqq 0$ となるとき，a のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) $x \geqq 2$ となるすべての x に対して $f(x) \geqq 0$ が成り立つとき，a のとり得る値の範囲を求めよ。

5 数列 $\{a_n\}$ は初項 a が 0 でない等差数列であり，また，a_1，$\dfrac{a_2}{3}$，$\dfrac{a_3}{5}$ は公比が 1 でない等比数列であるとする。このとき，$\{a_n\}$ の一般項を a および n を用いて表せ。

6 $0 \leqq x \leqq 2\pi$ において，2 曲線 $y = |\sin x|$，$y = -\cos 2x$ によって囲まれた図形の面積を求めよ。また，この図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。

7 実数全体を定義域にもつ t の関数 p は微分可能で，すべての t に対し $\dfrac{dp}{dt} > 0$ を満たすとする。また，p の値域は実数全体であるとする。座標平面上において，曲線 $C\colon y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ 上を運動する点 P の時刻 t における座標は $\left(p, \dfrac{e^p + e^{-p}}{2}\right)$ であり，点 P の速度 $\vec{u}$ はすべての t に対し $|\vec{u}| = 2$ を満たすとする。座標平面上を運動する点 Q は，時刻 t において，曲線 C の点 P における法線の $y > \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ を満たす部分にあり，$\mathrm{PQ} = 1$ であるとする。t が実数全体を動くとき，以下の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底である。

(1) 点 Q の座標を p を用いて表せ。

(2) 点 Q の速度を $\vec{v}$ とするとき，$|\vec{v}|$ のとり得る値の範囲を求めよ。