

経済学部
理学部
医学部

前期日程

信州大学

平成 24 年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には、経済学部、理学部、医学部の問題がある。受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経済学部	経済学科 経済システム法学科	[1], [2], [3], [4] の 4 問
理学部	数理・自然情報科学科	[2], [3], [4], [5], [6], [7] の 6 問
医学部	医 学 科	[2], [3], [4], [5], [6] の 5 問
	保 健 学 科	[1], [2], [3], [4] の 4 問

1

次の問いに答えよ。

(1) n を自然数とすると、 $4^{2n-1} + 3^{n+1}$ は 13 の倍数であることを示せ。

(2) $\frac{1}{5 - \sqrt{19}}$ の整数部分を α 、小数部分を β とするとき α, β を求めよ。また $\alpha^2 - 18\beta^2$ を求めよ。

2

次の3条件をすべてみたす xy 平面上の円 C が存在するような実数 t を求めよ。

(i) 円 C の半径は3である。

(ii) 円 C は x 軸に接する。

(iii) 点 $P(t, t^2)$ は円 C 上にあり、点 P における円 C の接線の方程式は $y = 2tx - t^2$ である。

3

さいころを 1000 回投げるとき, 1 の目がちょうど k 回出る確率を P_k とおく。 P_k が最大となる k を求めよ。

4

実数 a は $a > -1$ とする。関数 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x - 1$ に対し,

$$-1 < c < a, \quad \frac{f(a) - f(-1)}{a + 1} = f'(c)$$

となる c がちょうど 2 つ存在するような a の値の範囲を求めよ。

5 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は次の条件 (i), (ii) をみたすものとする。

(i) $a + d = 1$

(ii) $A^2 - A - 2E = O$

ただし、 E は単位行列で、 O は零行列である。

このとき、次の問いに答えよ。

(1) 次の関係式をみたす実数 x, y は $x = y = 0$ に限ることを示せ。

$$xA + yE = O$$

(2) 自然数 n に対し、 A^n はある実数 x_n, y_n を用いて、 $A^n = x_n A + y_n E$ の形で表せることを示し、数列 $\{x_n - y_n\}, \{2x_n + y_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 自然数 n に対し、 $A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおく。 $p_n + s_n$ を求めよ。

6

次の問いに答えよ。

(1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ に対し,

$$x < \tan x$$

となることを示せ。

(2) $x > 0$ に対し,

$$\log(x + \sqrt{1 + x^2}) > \sin x$$

となることを示せ。ただし、対数は自然対数である。

7 $-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$ で定義される 2 つの関数

$$f(x) = \sqrt{|x|} + \sqrt{5 - x^2}$$

$$g(x) = \sqrt{|x|} - \sqrt{5 - x^2}$$

に対し、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ と $g(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの概形をかけ。
- (2) 2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。