経済学部
理 学 部
医 学 部

前期日程

平成 22 年度入学試験問題

数　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には，経済学部，理学部，医学部の問題がある。受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	学 科	解 答 す る 問 題
経済学部	経済学科 経済システム法学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の 4 問
理学部	数理･自然情報科学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の 6 問
医学部	医学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ の 5 問
	保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の 4 問

$\boxed{1}$　円 $x^2+y^2=1$ をある直線 ℓ に関して折り返すと，点 $(2,0)$ で x 軸に接する。このとき，直線 ℓ の方程式を求めよ。

$\boxed{2}$ 数直線上を動く点 P が，はじめ原点の位置にある。さいころを投げて，偶数の目が出れば P は正の向きに出た目の数だけ進み，奇数の目が出れば P は負の向きに出た目の数だけ進む。さいころを続けて 4 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 少なくとも 2 回は 2 の目が出て，最後に P の座標が 2 になる確率

(2) 最後に P の座標が 2 になる確率

$\boxed{\mathbf{3}}$ 関数 $y = 2\sin 3x + \cos 2x - 2\sin x + a$ の最小値の絶対値が，最大値と一致するように，定数 a の値を定めよ。

4 $0 < p < 4$ とし，放物線 $y = \dfrac{1}{4}x^2$ 上の点 $\left(p,\ \dfrac{1}{4}p^2\right)$ を中心にして，半径が $\dfrac{1}{4}p^2$ の円 C をかく。次に，$m > 0$ とし，直線 $y = mx$ が円 C に接しているとする。

(1) m を p の式で表せ。

(2) 放物線 $y = \dfrac{1}{4}x^2$ と 直線 $y = mx$ によって囲まれる図形の面積が $\dfrac{1}{3}$ のとき，m と p の値を求めよ。

5 次の問いに答えよ。

(1) 四面体 OABC において，$\mathrm{OA} \perp \mathrm{BC}$ かつ $\mathrm{OB} \perp \mathrm{CA}$ ならば，$\mathrm{OC} \perp \mathrm{AB}$ となることを証明せよ。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int x^3 e^{x^2}\,dx$ を求めよ。

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{n}{4n^2-k^2}$ を求めよ。

6 関数 $y=\dfrac{\cos x}{e^x}$ $(x>0)$ の極大値を，大きい方から順に

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots\cdots,\ a_n,\ \cdots\cdots$$

とする。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めよ。

$\boxed{7}$ 座標平面に，一直線上にない 3 点 $O(0,0)$，$P(a,b)$，$Q(c,d)$ がある。点 P, Q は，行列 $\begin{pmatrix} 1 & m-1 \\ m & 1 \end{pmatrix}$ によってそれぞれ点 P', Q' に移され，3 点 O, P', Q' も一直線上にないとする。

(1) $\triangle OPQ$ の面積 S が $S=\dfrac{1}{2}|ad-bc|$ で与えられることを証明せよ。

(2) $\triangle OP'Q'$ の面積が $\triangle OPQ$ の面積より大きくなるような定数 m の範囲を求めよ。