理 学 部 数理･自然情報科学科　　　　　　　　前期日程
医 学 部 医 学 科
医 学 部 保健学科

平成 20 年度入学試験問題

数　学

注　意　事　項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には，理学部数理･自然情報科学科，医学部医学科，医学部保健学科の問題がある。受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学　部	解 答 す る 問 題
理学部 数理・自然 情報科学科	$\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の 6 問
医学部 医学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の 5 問
医学部 保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の 4 問

$\boxed{1}$ x についての多項式 $f(x)$ が次の 3 つの条件 (a), (b), (c) をみたすとする。このとき，関数 $y = f(x)$ を求め，そのグラフをかけ。

(a) $f(x)$ は 3 次の多項式で，$x^2 - x - 2$ で割り切れる。

(b) $f(x)$ の $x = 1$ における微分係数は -3 である。

(c) (a) の商の 0 から 2 までの定積分は -2 である。

2 放物線 $C: y = x^2$ を考える。$a < b$ をみたす定数 a, b に対して，x 座標が a, b である C 上の点をそれぞれ A, B とする。$a < p < b$ をみたす実数 p に対して，x 座標が p である C 上の点を P とする。三角形 ABP の面積を最大にする p の値と，そのときの面積を求めよ。

3 赤玉 8 個と白玉 4 個の入っている袋の中から，同時に 7 個の玉を取り出す試行について，次の問いに答えよ。

(1) 白玉が 4 個取り出される確率を求めよ。

(2) 赤玉が 5 個以上取り出される確率を求めよ。

(3) 取り出される赤玉の個数の期待値を求めよ。

4 r は正の定数とする。半径 r の円に内接する正三角形 $A_1B_1C_1$ の面積を S_1 とし，正三角形 $A_1B_1C_1$ の内接円 O_1 の面積を T_1 とする。次に，円 O_1 に内接する正三角形 $A_2B_2C_2$ の面積を S_2 とし，正三角形 $A_2B_2C_2$ の内接円 O_2 の面積を T_2 とする。さらに同様の操作を繰り返してできる円 O_{n-1} に内接する正三角形 $A_nB_nC_n$ の面積を S_n とし，正三角形 $A_nB_nC_n$ の内接円 O_n の面積を T_n とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) S_n，T_n を n を用いて表せ。

(2) $U_n = S_n - T_n$ とおく。このとき，和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} U_k$ を n を用いて表せ。

$\boxed{5}$ 座標平面上に相異なる3点 $\mathrm{A}(0, a)$，$\mathrm{B}(0, b)$，$\mathrm{C}(1, 0)$ をとる。ある行列 P で表される移動によって，点 A，B はそれぞれ点 A'，B' に移り，点 C は動かないとする。そのような行列 P のうち三角形 $\mathrm{A}'\mathrm{B}'\mathrm{C}$ が正三角形となるものをすべて求めよ。

6 対数は自然対数とする。曲線 $C: y = \log x$ 上の点 $\mathrm{P}(u, \log u)$ $(u > 1)$ における接線，曲線 C，および直線 $x = 1$ で囲まれた図形の面積を $S_1(u)$ とする。また点 $\mathrm{A}(1, 0)$ と点 P を結ぶ線分，および曲線 C で囲まれた図形の面積を $S_2(u)$ とする。$S(u) = S_1(u) - S_2(u)$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) 関数 $S(u)$ を求めよ。

(2) 曲線 $v = S(u)$ の変曲点を求めよ。

(3) 関数 $S(u)$ はただ 1 つの極大値をもち，その値は正であることを示せ。

7 曲線 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ $(x>0,\ y>0)$ 上の動点 P における接線と，x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。このとき，線分 QR の長さの最小値と，そのときの点 P の座標を求めよ。