

平成 19 年度 入 学 試 験 問 題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子と別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号は必ず解答用紙の指定されたところへ記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には、理学部数理・自然情報科学科、医学部医学科、医学部保健学科の問題がある。受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学 部	解 答 す る 問 題
理 学 部 数 理・自 然 情 報 科 学 科	2, 3, 4, 5, 6, 7 の 6 問
医 学 部 医 学 科	3, 4, 5, 6, 7 の 5 問
医 学 部 保 健 学 科	1, 2, 3, 4 の 4 問

1

k を実数とし、2次方程式 $x^2 - 4x + k = 0$ の解を α, β とする。ただし、重解の場合は $\alpha = \beta$ とする。

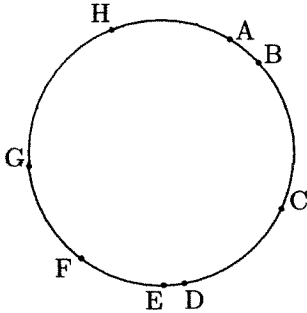
(1) $\alpha^2 + \beta^2$ を、 k を用いて表せ。

(2) α, β が実数解のとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の最小値を求めよ。また、このときの α, β, k を求めよ。

2

次の問いに答えよ。

- (1) 円周上に図のように相異なる 8 つの点 A, B, C, D, E, F, G, H がある。これらの 8 点を 4 点ずつ 2 組に分けて、各組で 4 点を頂点とする四角形をかく。このとき、2 つの四角形が交わるような 8 点 A, B, C, D, E, F, G, H の分け方は何通りあるか。



- (2) ベクトル \vec{a} , \vec{b} が

$$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{19}$$

を満たすとき、 \vec{a} と \vec{b} のなす角を求めよ。

3

m, n を自然数とし, m は奇数とする。 $f(x) = x^2 + mx + n$ とするとき, 方程式

$$f(f(x)) + mf(x) - n^2 - 2mn - n = 0$$

は, 複素数の範囲で相異なる 4 つの解をもつことを示せ。

4

$a > 0$ とする。曲線 $y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ における接線を l_1 とし、点 A において l_1 と垂直に交わる直線を l_2 とする。曲線 $y = x^2$ と直線 l_2 で囲まれる部分の面積を S_1 とし、直線 l_1, l_2 および y 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とする。

- (1) S_1 を、 a を用いて表せ。
- (2) $S_1 = S_2^3$ を満たす a の値を求めよ。

5

次の各数列 $\{a_n\}$ について、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n}}{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}$ を調べよ。

(1) $a_n = c r^n \quad (c > 0, r > 0)$

(2) $a_n = \frac{1}{n^2 + 2n}$

6 a を実数とし、 $f(x) = \frac{1}{x^2 + ax + a}$ は、すべての実数 x に対し $f(x) > 0$ とする。

- (1) a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ が最大値をとるときの x の値 p を、 a を用いて表せ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ の 2 つの変曲点の座標を、 a を用いて表せ。
- (4) (2) の p に対して $P(p, f(p))$ とし、(3) の変曲点を Q, R とする。 a が (1) で求めた範囲を動くとき、 $\triangle PQR$ の面積のとりうる値の範囲を求めよ。

7

a, b が実数の範囲を動くとき、定積分

$$\int_{-\pi}^{\pi} (x - a \sin x - b \cos x)^2 dx$$

の最小値を求めよ。また、そのときの a, b の値を求めよ。